Le degré d'hyperstatisme.

Par Jean-Yves Fabert

Remarque préliminaire : dans hyperstatique, il y a « hyper » et « statique », donc « trop de statique », ce qui provoque trop d'inconnues statiques. C'est la raison pour laquelle, on part des équations de statique pour vérifier le degré d'hyperstatisme. C'est **l'approche statique**.

Pour un système comportant **n solides**, un des solides étant considéré comme le solide de référence (souvent c'est le bâti), on a $n - 1$ équilibres à écrire. Donc, en 3D, le **nombre « possible » d'équations = 6.(n – 1).**

La mobilité cinématique (m_c) est le nombre de mouvements indépendants du système. C'est-à-dire : si un mouvement est possible, on le bloque et on regarde s'il y en a d'autres. À chaque degré de mobilité correspond une équation de statique (0 = 0) ou une équation dépendante des autres : ce nombre d'équations est à retirer du nombre possible d'équations. S'il y a aucun mouvement possible, $m_c = 0$.
D'aucuns parlent aussi de mobilité cinématique utile m_u (si un mouvement est souhaité) et de mobilité cinématique interne m_i (pour un mouvement qui n'est pas souhaité ou pas utile) : la mobilité cinématique est la somme de ces deux mobilités : $m_c = m_u + m_i$.

D'où le **nombre d'équations « utiles » = $6.(n-1) - m_c$**

Ensuite, on compte le **nombre d'inconnues statiques n_s**.

Si n_s est supérieur à $6.(n-1) - m_c$, alors le système est hyperstatique de degré h.

Avec $\boxed{6.(n-1) - m_c - n_s + h = 0 \quad ①}$

Cette formule n'est pas à apprendre, mais à comprendre pour être retrouvée.

Si n_s est inférieur à $6.(n-1) - m_c$, c'est qu'on s'est trompé dans la détermination d'un terme (souvent m_c).

Si n_s est égal à $6.(n-1) - m_c$, le système est isostatique.

Approche cinématique :

Seule la « formule » précédente est toujours valable, quel que soit le nombre de « boucles » dans le graphe de liaisons. Notons $\mathbf{n_c}$ le **nombre d'inconnues cinématiques** et **L** le **nombre total de liaisons**.

Pour une liaison $n_s + n_c = 6$, alors pour tout le système $n_s + n_c = 6.L$

Comme le nombre de liaisons **L** est supérieur ou égal au nombre de solides **n**, posons $\boxed{\mu = L - n + 1}$ (ce nombre correspond au nombre de boucles du graphe de liaisons, nombre cyclomatique).

① → $h = n_s + m_c - 6.n + 6 = (6.L - n_c) + m_c - 6.n + 6 = 6.(L - n + 1) + m_c - n_c$ et enfin $\boxed{h = 6.\mu + m_c - n_c \quad ②}$

Dans le cas d'une seule « boucle » (assez courant) :

Le nombre de solides est égal au nombre de liaisons, donc $\mu = 1$, et on a : $\mathbf{h = 6 + m_c - n_c}$

Attention ! Si une « boucle » donne un degré d'hyperstatisme h_1 et une autre « bouche » donne un degré d'hyperstatisme h_2, alors le degré d'hyperstatisme de l'ensemble est supérieur ou égal à $h_1 + h_2$!