

4 – CORRECTION DES SYSTÈMES ASSERVIS

Nous venons de voir que pour avoir :

- une bonne rapidité, il faut augmenter la bande passante de la FTBF, donc de la FTBO, et augmenter le gain de la FTCD ;
- une bonne stabilité, il faut avoir de bonnes marges de phase et de gain, donc ne pas trop augmenter le gain de la FTBO, ou une résonance en boucle fermée $\leq 1,3$;
- une bonne précision, il faut avoir une ou plusieurs intégrations dans la FTCD et un gain élevé dans une large bande passante à 0dB de la FTBO.

Il n'y a malheureusement pas de paramètre qui permette de rendre un système rapide, précis et stable. On remarque notamment qu'une augmentation du gain en boucle ouverte améliore la rapidité et la précision mais rend le système plus instable, en boucle fermée. On parle du **dilemme stabilité-précision**.

L'automaticien est souvent confronté à ce dilemme stabilité-précision, et ne dispose que d'une marge de manœuvre réduite quand le système à régler, les organes de puissance et souvent les capteurs, sont imposés. C'est la raison pour laquelle, outre le réglage du gain des capteurs, la mise en place d'un ou plusieurs correcteurs devient obligatoire.

Il nous reste à voir quels types de correcteurs existent, comment les disposer dans la boucle d'asservissement et comment déterminer leurs paramètres.

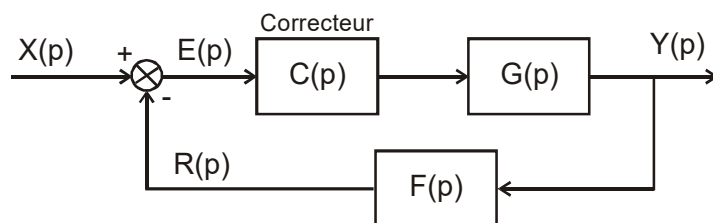
En règle générale, il faut placer les correcteurs dans des zones où l'énergie transmise est faible.

Pour déterminer les correcteurs, il existe différentes méthodes : une méthode basée sur le lieu des pôles, une autre utilisant la représentation d'état et le calcul matriciel, les méthodes de Naslin, de Ziegler-Nichols, etc... Dans un premier temps, nous utiliserons la plus classique : l'analyse fréquentielle.

En analyse fréquentielle, nous allons étudier le comportement en boucle fermée à partir de l'étude de la fonction de transfert de la boucle ouverte. Les correcteurs vont nous permettre de *déformer* les courbes de la FTBO pour parvenir au réglage optimal.

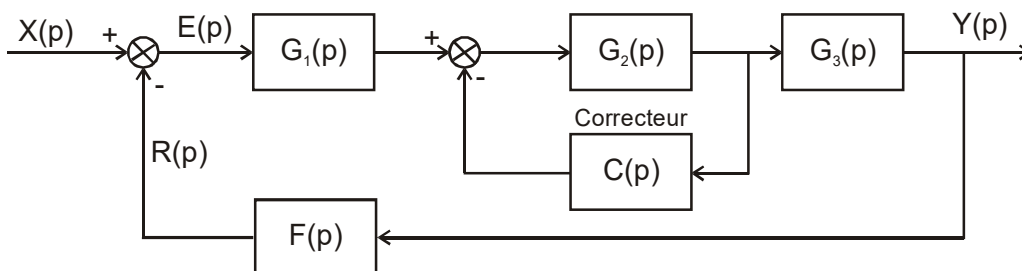
4.1 – Emplacement des correcteurs

Correcteur en cascade (en série)



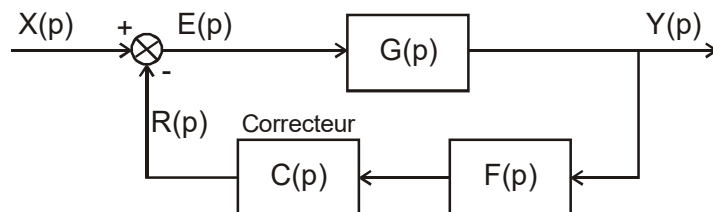
Le paragraphe 2 du chapitre 2 montre l'emplacement naturel d'un correcteur, généralement piloté par l'écart, avant l'amplificateur pour éviter de transférer trop d'énergie. On dit que le correcteur est placé en cascade (ou en série). Cette position en *début* de chaîne, avant le point d'entrée d'éventuelles perturbations est aussi justifiée par la recherche de précision (voir paragraphe 3.5)

Correcteur en boucle de retour interne (en parallèle)



Une autre disposition assez courante est de placer le correcteur en parallèle d'un ou plusieurs blocs à l'intérieur de la boucle d'asservissement. C'est notamment le cas pour la boucle de courant ou pour la boucle tachymétrique (vitesse) d'un asservissement en position d'un moteur à courant continu. On dit que le correcteur est placé en boucle de retour interne (ou en parallèle).

Correcteur en boucle de retour principale (en parallèle)



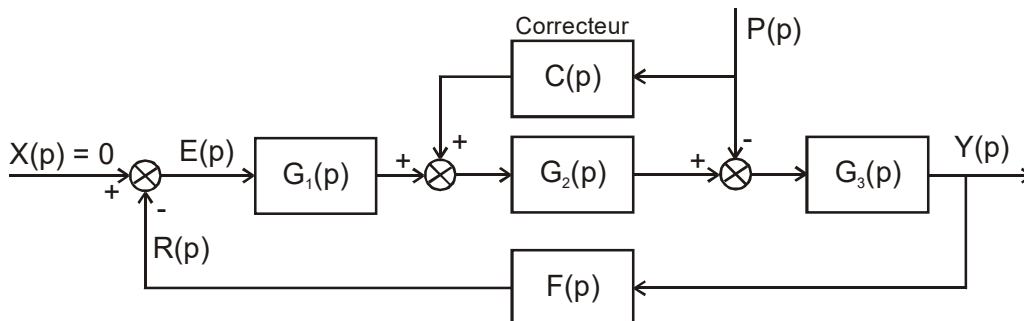
Une autre disposition moins courante est de placer le correcteur sur le retour de la boucle d'asservissement. Le signal de retour est alors transformé par le correcteur, ce qui peut poser problème. On dit que le correcteur est placé en boucle de retour principale (ou en parallèle).

Dans chacun des trois cas précédents, il va falloir étudier la FTBO de la boucle principale et éventuellement des boucles internes (cas de l'asservissement en vitesse du moteur électrique par exemple), pour pouvoir déterminer les paramètres des correcteurs.

Les correcteurs par anticipation

Ces correcteurs n'ont aucun effet sur la stabilité. On en trouve de deux types :

Compensation d'une perturbation

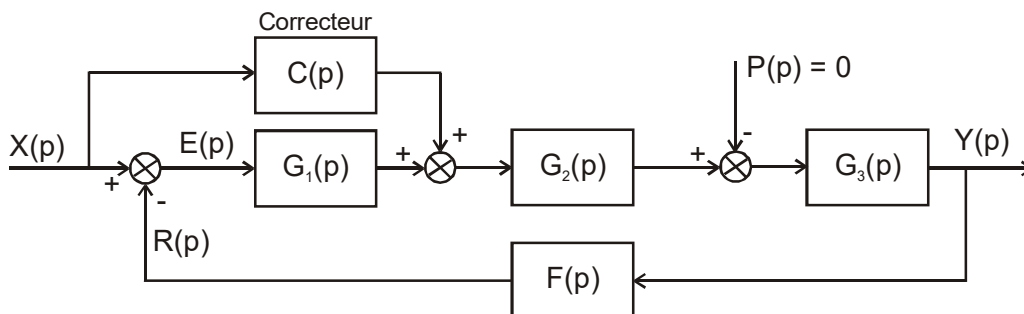


Grâce au théorème de superposition on peut supposer l'entrée nulle. La perturbation peut être compensée par la mise en place d'un correcteur en parallèle avec le bloc précédant le point d'entrée de la perturbation.

Il suffit de prendre $C(p) = \frac{1}{G_2(p)}$ pour voir l'effet de la perturbation compensé.

Le problème est que, si $G_2(p)$ est une fraction rationnelle, le degré du polynôme de son dénominateur est supérieur ou égal à celui de son numérateur, et $C(p)$ n'est donc pas réalisable physiquement. Il faudra chercher une forme approximative de $1/G_2(p)$.

Compensation de l'écart dû à l'entrée



C'est la perturbation qui est maintenant supposée nulle. L'écart peut être compensé par la mise en place d'un correcteur en parallèle avec le premier bloc suivant l'écart.

On peut écrire :

$$E(p) = X(p) - R(p) = X(p) - (E(p).G_1(p) + C(p).X(p)).G_2(p).G_3(p).F(p)$$

$$\text{Soit } E(p) = X(p) \cdot \frac{1 - C(p).F(p).G_2(p).G_3(p)}{1 + F(p).G_1(p).G_2(p).G_3(p)}$$

Il suffit de prendre $C(p) = \frac{1}{F(p).G_2(p).G_3(p)}$ pour voir l'écart dû à l'entrée compensé.

On peut faire la même remarque que précédemment, concernant l'impossibilité de réaliser physiquement un système ayant pour fonction de transfert l'inverse de $F(p).G_2(p).G_3(p)$. Il faudra là encore rechercher une forme approximative du correcteur.

4.2 – Les critères de choix d'un correcteur

1) Vérifier la précision en régime permanent

Si on veut annuler l'écart en position (écart statique), il faut placer une intégration en amont de la perturbation. Si la boucle ouverte ne comporte pas cette intégration, le correcteur peut la prévoir.

Si on veut annuler l'écart en vitesse (écart de traînage), il faut placer deux intégrations en amont de la perturbation. Mais un ajout d'intégrateur rend le système moins stable, c'est la raison pour laquelle il est souhaitable que la FTBO corrigée n'ait qu'un intégrateur (au grand maximum deux). On préférera augmenter le gain de la FTBO pour diminuer l'écart de traînage.

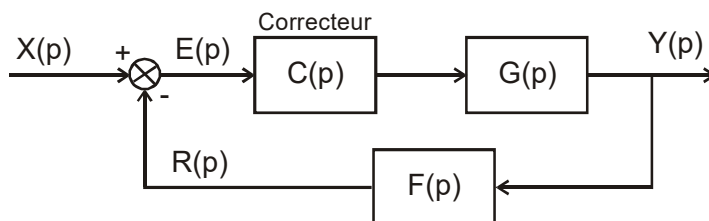
L'augmentation du gain de la FTBO rend le système plus rapide. Elle doit aussi être minimale pour $\omega = \omega_e$, ou $\omega = \omega_p$ (voir paragraphes 3.4 et 3.5), afin d'avoir une bonne précision pour une entrée sinusoïdale, ou une perturbation sinusoïdale.

2) Vérifier l'amortissement et la stabilité

Pour que le système en boucle fermée ait un facteur d'amortissement pas trop faible et éviter ainsi les réponses trop oscillantes, il faut diminuer le facteur de résonance. Pour ce faire, il faut que la FTBO soit suffisamment éloignée du point critique -1. On peut utiliser l'abaque de Black-Nichols en limitant le facteur de résonance à 1,3, ou le diagramme de Bode en imposant une marge de phase de 45° et en vérifiant que la marge de gain est supérieure à 6dB (valeurs couramment utilisées). La vérification de la seule marge de phase, même si elle est couramment utilisée, peut ne pas suffire dans certains cas particuliers (voir paragraphe 2.6). Différents correcteurs permettent de régler ces marges.

4.3 – Différents types de corrections

Dans ce paragraphe nous supposons que le correcteur est disposé en cascade, en début de chaîne d'asservissement.



4.3.1 – Correction proportionnelle

Nous avons déjà largement évoqué le cas $C(p) = K$.

Un correcteur qui augmente le gain de la FTBO provoque :

- une « montée » de son diagramme de Black ;
- une « montée » du diagramme de gain dans le plan de Bode (phase inchangée) ;
- un « gonflement » du diagramme de Nyquist.

Un correcteur qui augmente le gain de la FTBO provoque en général :

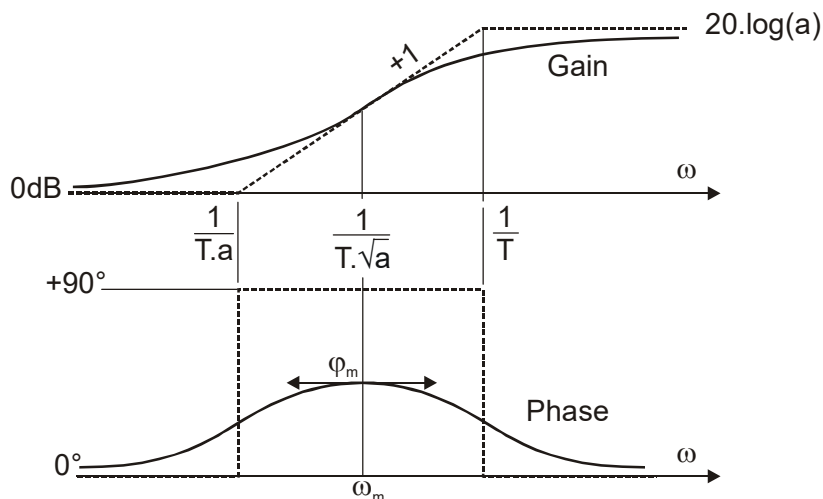
- un système moins stable ;
- un système plus précis ;
- une raideur augmentée ;
- une augmentation de la bande passante.

4.3.2 – Correction par avance de phase

1) Définition

Un correcteur par avance de phase est défini par $C(p) = \frac{1 + a.T.p}{1 + T.p}$ avec $a > 1$.

2) Diagrammes de Bode d'un correcteur par avance de phase



Nous avons déjà étudié une telle fonction de transfert au paragraphe 5.6 du chapitre 6.

Montrons que la phase admet un maximum $\varphi_m = \text{Arc sin} \frac{a-1}{a+1}$ pour $\omega = \omega_m = \frac{1}{T.\sqrt{a}}$

$$\varphi = \text{Arctan } a\omega T - \text{Arctan } \omega T$$

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{aT}{1+(a\omega T)^2} - \frac{T}{1+(\omega T)^2} \text{ s'annule pour } a = 1 \text{ et pour } a\omega^2 T^2 = 1, \text{ soit } \omega = \omega_m = \frac{1}{T.\sqrt{a}}$$

Géométriquement ω_m est au milieu du segment défini par $\omega = \frac{1}{T.a}$ et $\omega = \frac{1}{T}$, en coordonnées logarithmiques.

$$C(j\omega_m) = \frac{1 + j.\sqrt{a}}{1 + j.1/\sqrt{a}} = \frac{2a + j.\sqrt{a}.(a-1)}{a+1}$$

$$\sin \varphi_m = \frac{\sqrt{a}.(a-1)}{\sqrt{4.a^2 + a.(a-1)^2}} = \frac{\sqrt{a}.(a-1)}{\sqrt{a.(a+1)^2}} = \frac{a-1}{a+1}$$

$$\text{Notons que } |C(j\omega_m)| = \sqrt{\frac{4a^2 + a.(a-1)^2}{(a+1)^2}} = \sqrt{a}$$

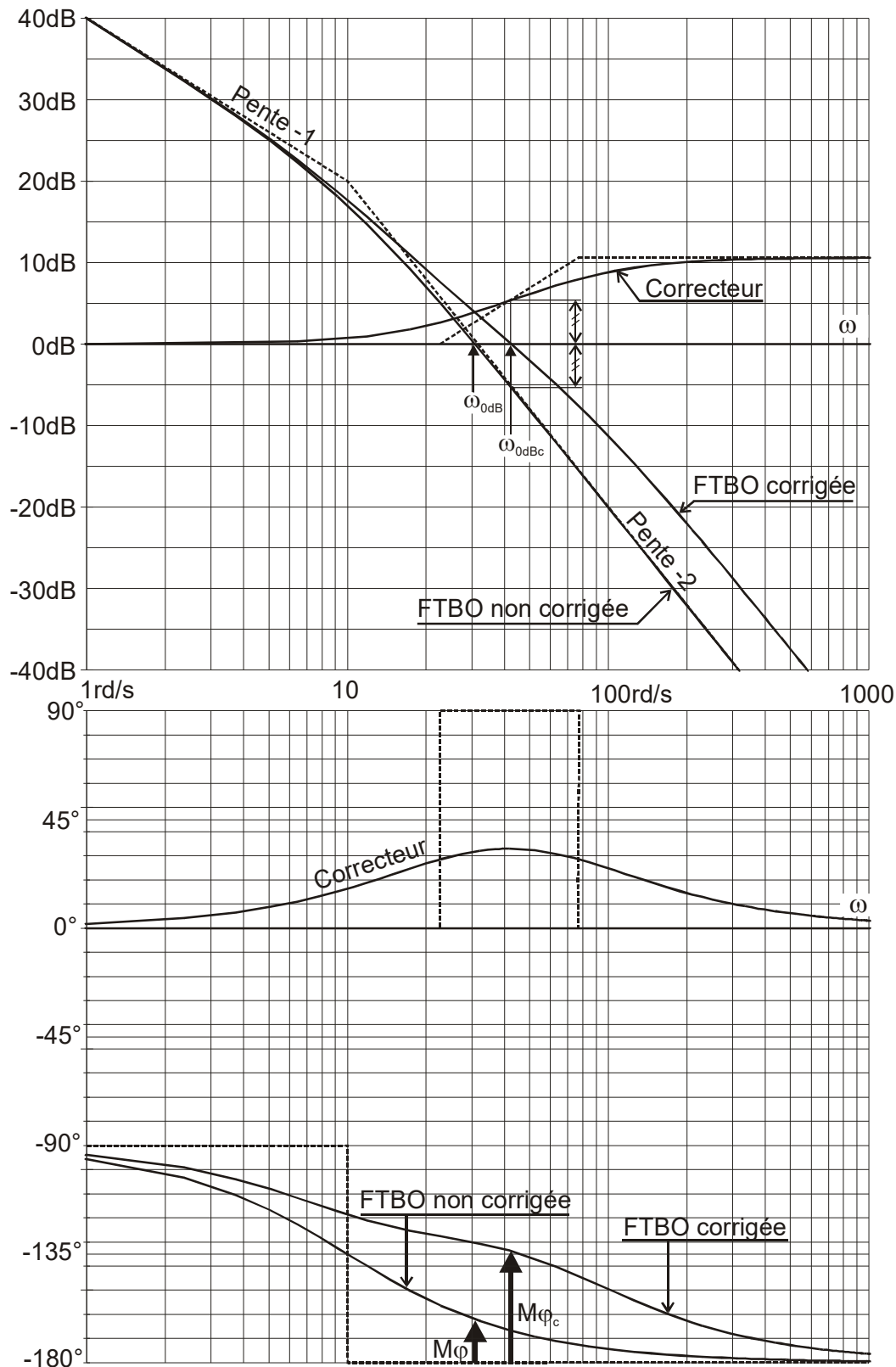
$$\text{et que } \sin \varphi_m = \frac{a-1}{a+1} \Leftrightarrow (a+1).\sin \varphi_m = a-1 \Leftrightarrow a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$

Tableau des valeurs de φ_m en fonction de a :

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
φ_m	0°	19,5°	30°	36,9°	41,8°	45,6°	48,6°	51,1°	53,1°	54,9°	56,4°	57,8°	59°	60,1°

3) Détermination des paramètres

Il n'y a pas de méthode rigoureuse permettant de régler au mieux les paramètres de ce correcteur. Il faut faire un choix au départ et valider (ou invalider) ce choix à la fin, ce qui permet d'arriver à la solution par approximations successives. Donnons la marche à suivre à partir de la figure ci-dessous.



Si la FTBO ne possède pas d'intégration, l'écart de position ne sera pas nul. Il faudra prévoir soit un intégrateur dans la correction, soit un gain suffisant.

Étape 1 : réglage du gain de la FTBO

Vérifier que le gain de la FTBO est suffisant face aux exigences de précision (écart de position, écart de traînage, ...) et(ou) aux exigences de rapidité (temps de réponse minimal en boucle fermée). On règle éventuellement ce gain par un correcteur proportionnel et on appelle ensuite « FTBO non corrigée » la FTBO dont le gain a été réglé.

Étape 2 : observation

Il faut penser maintenant à la marge de phase $M\varphi$. Si le correcteur à avance de phase se justifie, c'est généralement qu'elle est insuffisante. L'objectif est de placer le correcteur de telle sorte que sa pulsation ω_m corresponde à la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO corrigée, notée ω_{0dBc} . Le problème est qu'on ne connaît que la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO non corrigée, notée ω_{0dB} . Il faut donc supposer ω_{0dBc} connue. Choisissons une valeur ω_{0dBc} légèrement supérieure à $1,5 \cdot \omega_{0dB}$.

Étape 3 : détermination de l'ordre de grandeur du coefficient a

Pour la valeur ω_{0dBc} choisie, notons $\varphi(\omega_{0dBc})$ la phase de la FTBO non corrigée. La phase du correcteur supposé bien placé est φ_m . Le cahier des charges impose généralement la marge de phase souhaitée $M\varphi_c$, par $M\varphi_c = 45^\circ = \varphi(\omega_{0dBc}) + 180^\circ + \varphi_m$ ou plus simplement $\varphi(\omega_{0dBc}) + \varphi_m = -135^\circ$. On en déduit la valeur de φ_m .

La valeur de φ_m impose une **valeur de a**, en utilisant $a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$ ou le tableau fourni au deuxième paragraphe.

Étape 4 : détermination de T à partir de la valeur de a trouvée

Si on veut que $|\text{FTBO}(j \cdot \omega_{0dBc}) \cdot C(j \cdot \omega_{0dBc})| = 1$, il faut avoir $|\text{FTBO}(j \cdot \omega_{0dBc})| = 1/\sqrt{a}$ puisque $|C(j \cdot \omega_m)| = \sqrt{a}$. Ceci permet de choisir, soit graphiquement, soit par le calcul, une nouvelle **valeur de ω_{0dBc} plus réaliste**.

A partir de cette nouvelle valeur de ω_{0dBc} on peut trouver la **valeur de T** par la formule

$$T = \frac{1}{\omega_m \cdot \sqrt{a}} = \frac{1}{\omega_{0dBc} \cdot \sqrt{a}}$$

Étape 5 : vérification

Vérifier la valeur de la marge de phase. Si elle n'est pas conforme, reprendre la détermination du correcteur à partir de l'étape 4 en faisant légèrement varier la valeur de a. En général, cette méthode permet d'aboutir assez vite. De plus, l'informatisation de cette recherche est aisée, même avec une petite calculatrice programmable.

Exemple

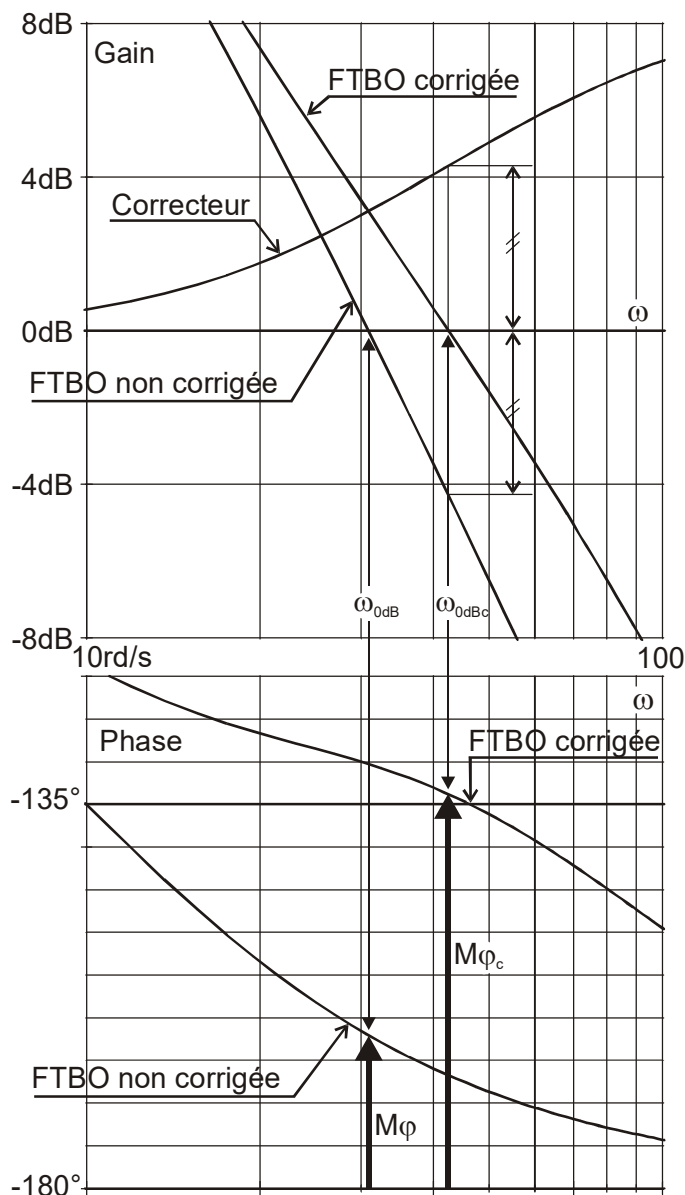
On donne $\text{FTBO}(p) = \frac{10}{p \cdot (1 + 0,1 \cdot p)}$

On souhaite :

- un écart de traînage de 1% maximum.
- une marge de phase de 45°

Étape 1 : L'écart statique est nul. Si on ajoute un gain K , il faudra que $1\% = \frac{1}{10.K}$ pour que l'écart de traînage réponde au cahier des charges, soit 10. $K = 100$. La FTBO non corrigée est donc maintenant $FTBO(p) = \frac{100}{p.(1 + 0,1.p)}$ tracée en début de paragraphe.

Étape 2 : La marge de phase M_φ est de 18° , mesurée à une pulsation $\omega_{0dB} = 30,8$ rd/s. Ce résultat peut se lire sur les courbes si elles ont été tracées avec un logiciel qui permet de zoomer (comme ci-dessous).



Par le calcul, $\left| \frac{100}{\omega_{0dB} \cdot (1 + 0,1 \cdot j\omega_{0dB})} \right| = 1 \Rightarrow \omega_{0dB}^2 \cdot (1 + 0,01 \cdot \omega_{0dB}^2) = 10^4$ et il ne reste plus qu'à résoudre une équation du second degré pour trouver $\omega_{0dB} = 30,8$ rd/s. Puis $\varphi(\omega_{0dB}) = -90^\circ - \text{Arctan}(0,1 \cdot 30,8) \approx -90^\circ - 72^\circ = -162^\circ$ et $M_\varphi = 18^\circ$ ce qui est insuffisant et justifie l'emploi d'un correcteur à avance de phase.

$1,5 \cdot \omega_{0dB} = 46,3$ rd/s, choisissons $\omega_{0dBc} = 48$ rd/s.

Étape 3 : $\varphi(\omega_{0dBc}) \approx -168^\circ$ soit graphiquement soit par le calcul comme précédemment.
 $\varphi_m = -135^\circ - \varphi(\omega_{0dBc}) = 33^\circ$ et on obtient $a = 3,4$ soit par la formule, soit par le tableau.

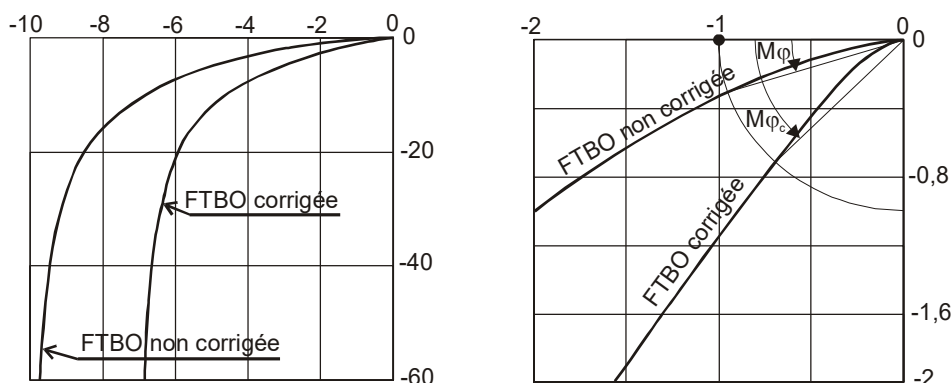
Étape 4 : Soit graphiquement, soit par le calcul comme précédemment, on résout l'équation $|FTBO(j\omega_{0dBc})| = \frac{1}{\sqrt{3,4}}$, ce qui donne $\omega_{0dBc} = 42,4$ rd/s. On a alors

$$T = \frac{1}{\omega_{0dBc} \cdot \sqrt{a}} \approx 0,013s \text{ et la fonction de transfert du correcteur } C(p) = \frac{1 + 0,044.p}{1 + 0,013.p}$$

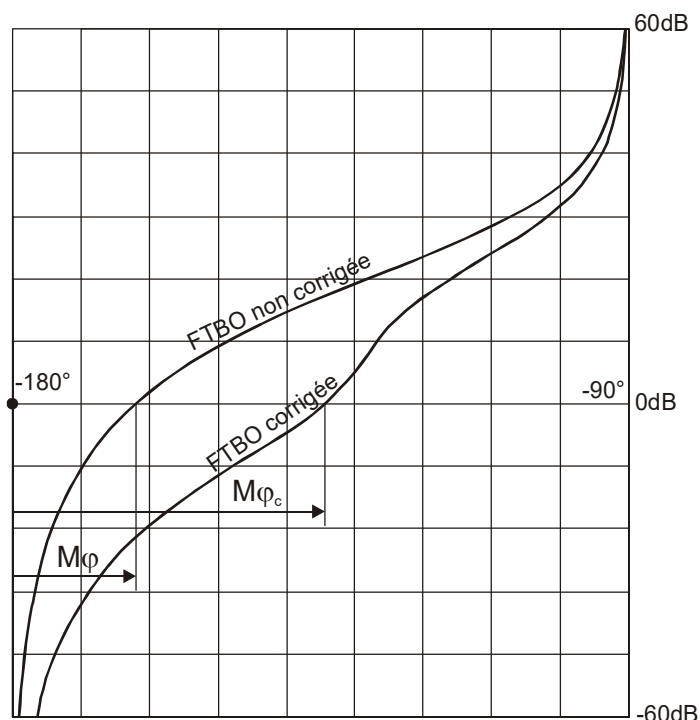
sur les courbes précédentes sur lesquelles on a aussi tracé la FTBO corrigée qui en découle.

Étape 5 : On mesure ou on calcule la marge de phase de la FTBO corrigée et on trouve $M_{\varphi_c} = 46,3^\circ$ pour une valeur souhaitée de 45° , ce qui est tout à fait satisfaisant et ne nécessite pas une reprise des calculs. Pour les puristes qui chercheraient à tort à améliorer ces résultats, quelques boucles de programme informatique donnent très rapidement $a = 3,19$ et $T = 0,0134$ pour $M_{\varphi_c} = 45,0^\circ$!

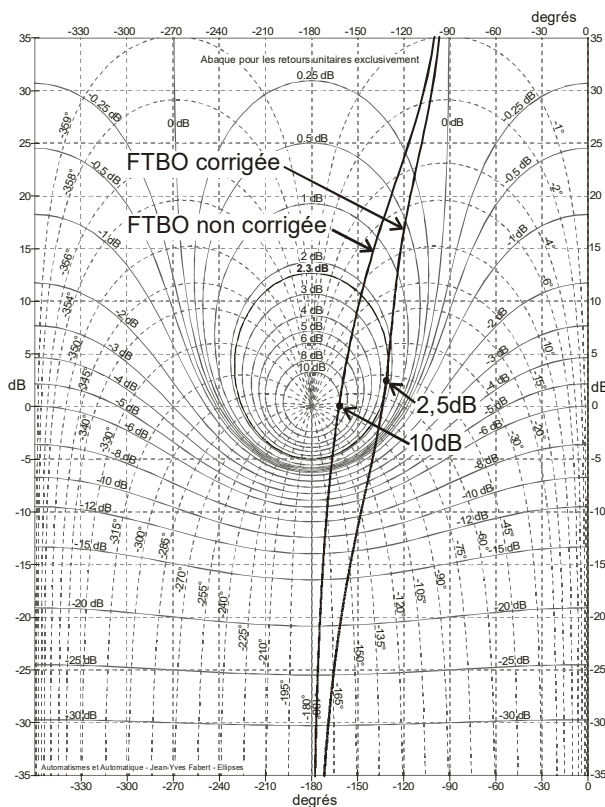
Traçons la FTBO et la FTBO corrigée dans le plan de Nyquist (à droite, un zoom) :



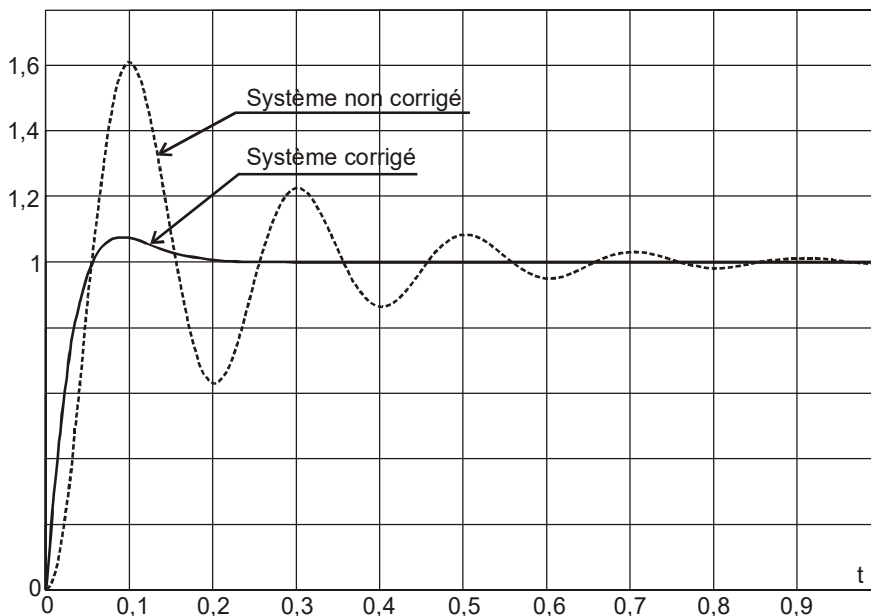
Traçons la FTBO et la FTBO corrigée dans le plan de Black :



Si on suppose que le système est à retour unitaire, ou si on rend le retour unitaire, on peut alors tracer les deux FTBO sur l'abaque de Black-Nichols.



On peut aussi tracer les réponses indicielles du système en boucle fermée.



La correction a permis de ramener la résonance de 10dB à 2,5dB et le premier dépassement de 61% à 8%. Le temps de réponse a été divisé par 4,5.

A noter qu'une marge de phase de 45° implique bien une courbe pratiquement tangente au contour 2,3dB. A noter aussi que plus un système est résonnant, plus il est oscillant en réponse indicielle : nous avons déjà vérifié cette propriété sur un deuxième ordre, puisque grande résonance implique petit facteur d'amortissement, et petit facteur d'amortissement implique grandes oscillations.

4) Les effets de la correction par avance de phase

Avantages de ce correcteur :

- Augmentation de la bande passante et de la rapidité.
- Marge de phase plus grande donc moins de résonance et meilleur amortissement.
- Amélioration de la stabilité.

Inconvénients :

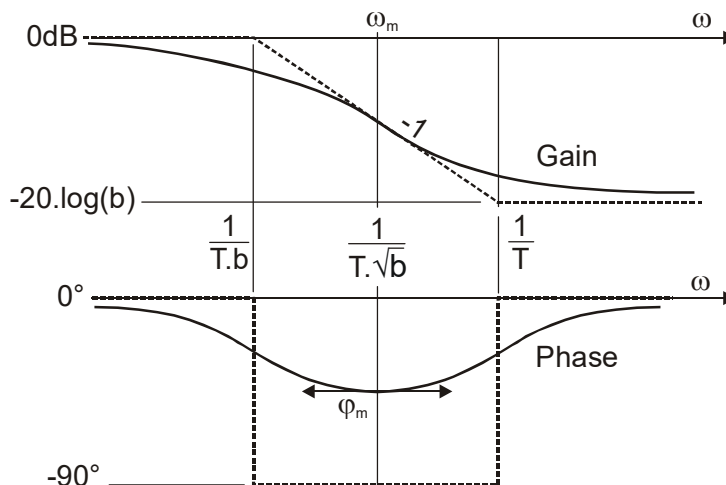
- Aucune action sur la précision.
- Accroissement du gain à haute fréquence.

4.3.3 – Correction par retard de phase

1) Définition

Un correcteur par retard de phase est défini par $C(p) = \frac{1 + T.p}{1 + b.T.p}$ avec $b > 1$.

2) Diagrammes de Bode d'un correcteur par retard de phase



Mêmes calculs que pour le correcteur à avance de phase.

Il existe un minimum $\varphi_m = \text{Arcsin} \frac{1-b}{1+b}$ pour $\omega = \omega_m = \frac{1}{T.\sqrt{b}}$

Géométriquement ω_m est au milieu du segment défini par $\omega = \frac{1}{T.b}$ et $\omega = \frac{1}{T}$.

Notons que $|C(j\omega_m)| = \frac{1}{\sqrt{b}}$

et que $\sin \varphi_m = \frac{1-b}{1+b} \Leftrightarrow (b+1).\sin \varphi_m = 1-b \Leftrightarrow b = \frac{1-\sin \varphi_m}{1+\sin \varphi_m}$

Tableau des valeurs de $-\varphi_m$ en fonction de b :

b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$-\varphi_m$	0°	19,5°	30°	36,9°	41,8°	45,6°	48,6°	51,1°	53,1°	54,9°	56,4°	57,8°	59°	60,1°

Attention au signe de φ_m .

3) Détermination des paramètres

Si la FTBO ne possède pas d'intégration, l'écart de position ne sera pas nul. Il faudra prévoir soit un intégrateur dans la correction, soit un gain suffisant.

Étape 1 : réglage du gain de la FTBO

Vérifier que le gain de la FTBO est suffisant face aux exigences de précision (écart de position, écart de traînage, ...) et(ou) aux exigences de rapidité (temps de réponse minimal en boucle fermée). On règle éventuellement ce gain par un correcteur proportionnel et on appelle ensuite « FTBO non corrigée » la FTBO dont le gain a été réglé.

Étape 2 : observation

Pensons maintenant à la marge de phase M_φ . Le problème avec ce type de correcteur c'est qu'il est nuisible vis-à-vis de la marge de phase. Il faut donc limiter au maximum cet inconvénient. La pulsation de coupure à 0dB de la FTBO corrigée est notée ω_{0dBc} . On suppose que l'on souhaite une marge de phase de la FTBO corrigée M_{φ_c} égale à 45° . On impose la **valeur - 5,7°** pour la phase du correcteur à la pulsation ω_{0dBc} (cette valeur n'a pas besoin d'être aussi ridiculement précise, elle sera justifiée par la détermination des paramètres d'un correcteur PI).

Étape 3 : détermination du coefficient b

Pour la valeur $-5,7^\circ$ choisie, la phase $\varphi(\omega_{0dBc})$ de la FTBO non corrigée doit donc être égale à $-135 + 5,7 = -129,3^\circ$. Soit par le calcul, soit graphiquement sur la courbe de phase de la FTBO non corrigée, on déduit la valeur de ω_{0dBc} . A cette même pulsation, soit par le calcul, soit graphiquement sur la courbe de gain de la FTBO non corrigée, on trouve la valeur qui doit être compensée par $-20 \cdot \log(b)$. On a ainsi choisi la **valeur de b**.

Étape 4 : détermination de T

Si on veut que la phase du correcteur à la pulsation ω_{0dBc} soit égale à $-5,7^\circ$, il faut résoudre l'équation $\text{Arctan}(T \cdot \omega_{0dBc}) - \text{Arctan}(b \cdot T \cdot \omega_{0dBc}) = -5,7^\circ$, soit en prenant la tangente, $T \cdot \omega_{0dBc} \cdot (b - 1) = 0,1 + 0,1 \cdot b \cdot \omega_{0dBc}^2 \cdot T^2$, une équation du second degré **en T**. Il y a deux solutions, c'est la solution la plus grande qui est à retenir pour bien placer le correcteur.

Exemple déjà vu précédemment

$$\text{On donne } FTBO(p) = \frac{10}{p \cdot (1 + 0,1 \cdot p)}$$

On souhaite :

- un écart de traînage de 1% maximum.
- une marge de phase de 45°

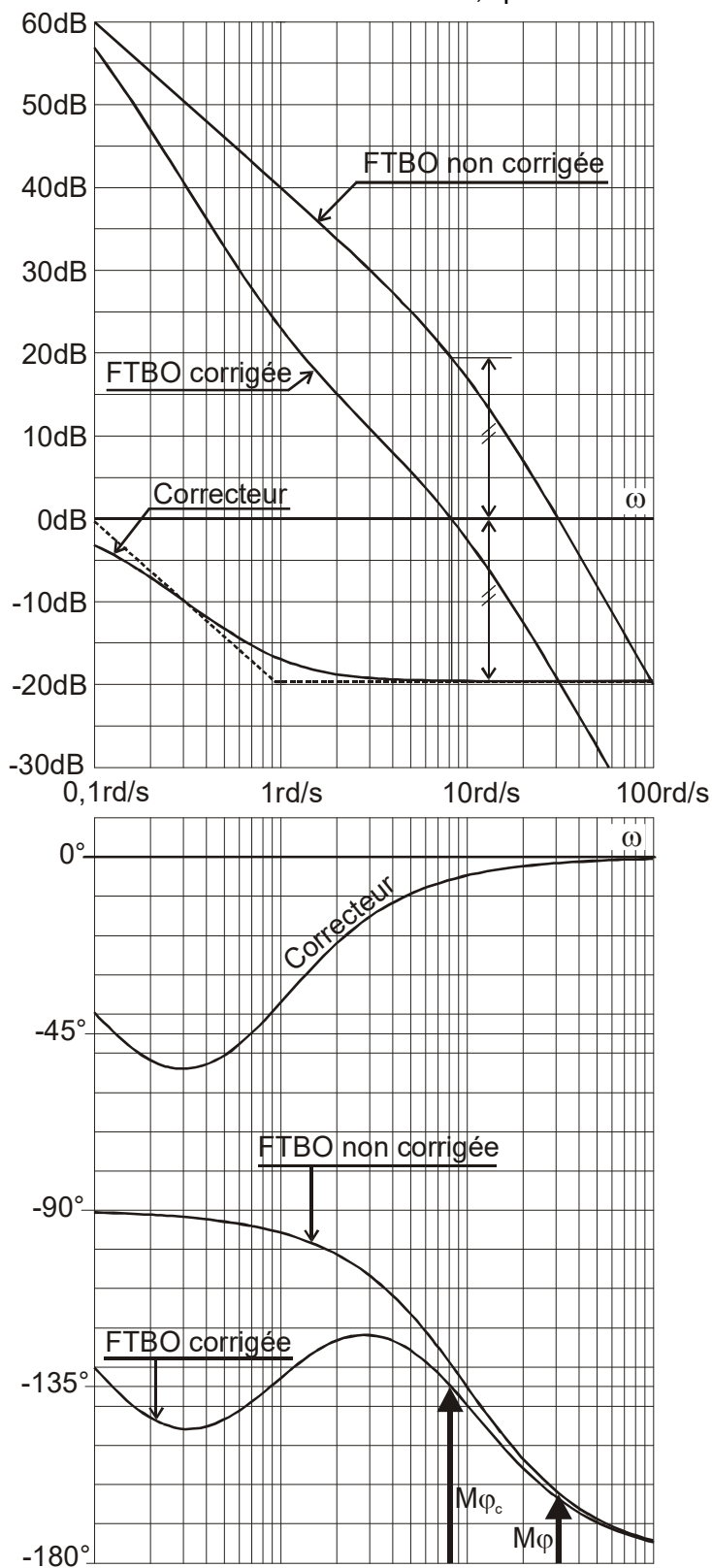
Étape 1 : Rien ne change par rapport au correcteur à avance de phase. La FTBO non corrigée est donc maintenant $FTBO(p) = \frac{100}{p \cdot (1 + 0,1 \cdot p)}$.

Étape 2 : La marge de phase M_φ est de 18° , mesurée à une pulsation $\omega_{0dB} = 30,8$ rd/s. Le cahier des charges impose 45° .

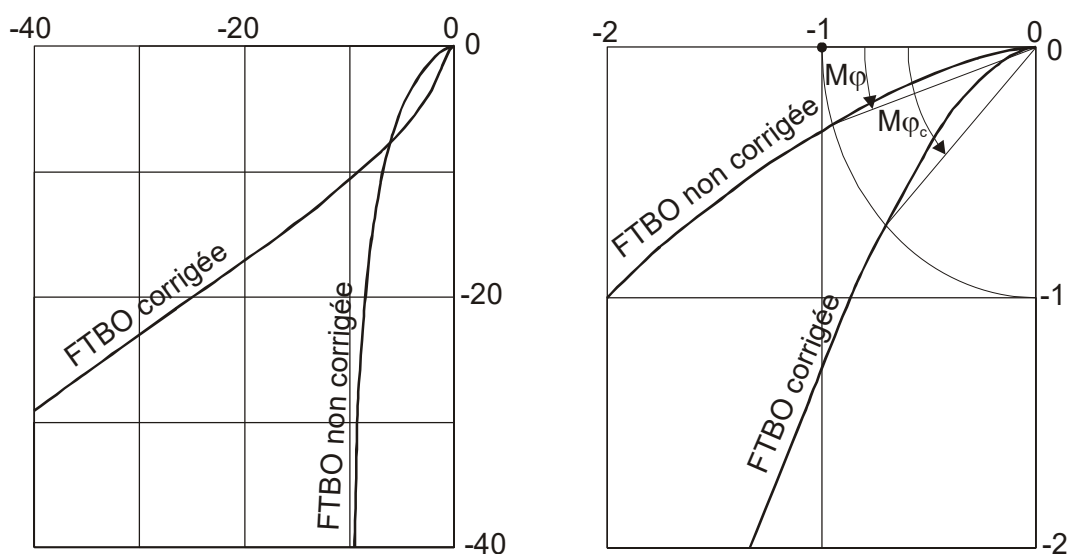
Étape 3 : La phase $\varphi(\omega_{0dBc})$ de la FTBO non corrigée est égale à $-129,3^\circ$ pour $\omega_{0dBc} \approx 8,2$ rd/s (graphiquement), ce qui correspond à un gain de 19,5 dB. On doit donc prendre une valeur de b telle que $20 \cdot \log(b) = 19,5$. Soit $b \approx 9,45$.

Étape 4 : La résolution de l'équation du second degré donne $T = 1,09$ s.

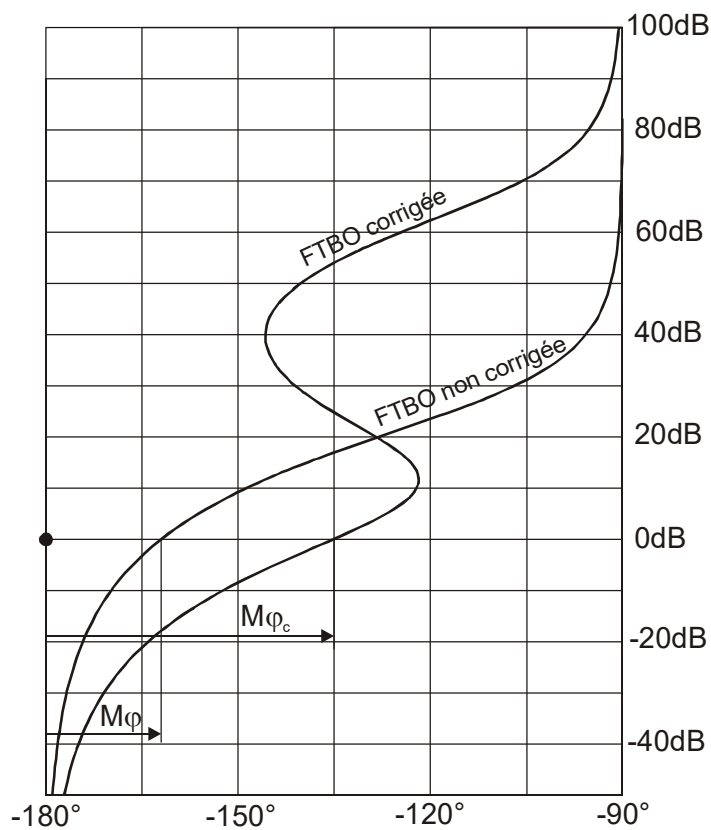
La fonction de transfert du correcteur est $C(p) = \frac{1 + 1,09.p}{1 + 10,3.p}$



Traçons la FTBO et la FTBO corrigée dans le plan de Nyquist (à droite, un zoom) :

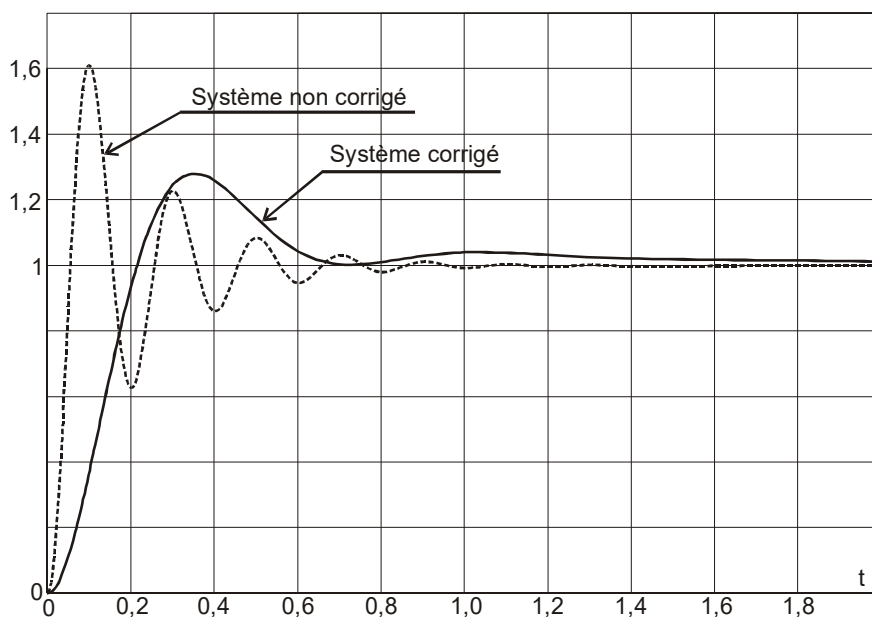
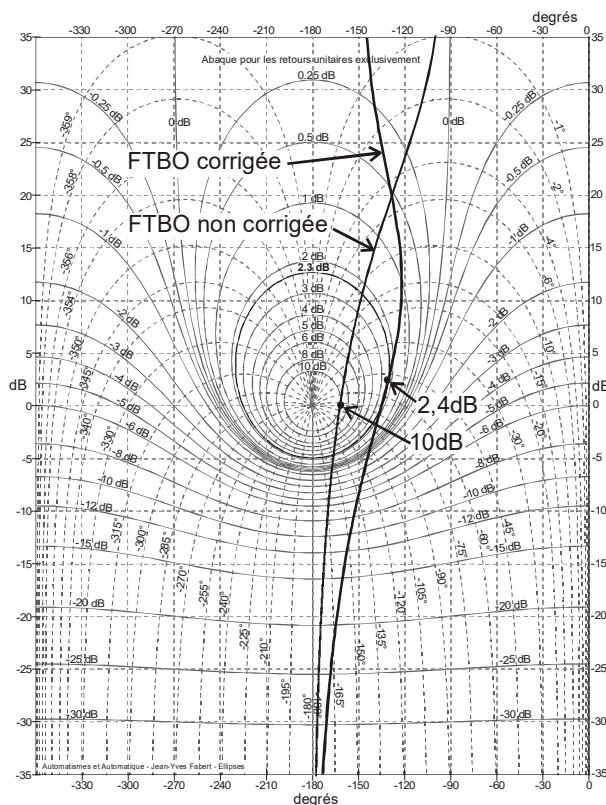


Traçons la FTBO et la FTBO corrigée dans le plan de Black :



Sur les deux tracés ci-dessus, on remarque bien l'augmentation de la marge de phase pour la FTBO due à la correction.

Si on suppose que le système est à retour unitaire, ou si on rend le retour unitaire, on peut alors tracer les deux FTBO sur l'abaque de Black-Nichols. On peut aussi tracer les réponses indicielles du système en boucle fermée.



La correction a permis de ramener la résonance de 10dB à 2,4dB et le premier dépassement de 61% à 28% environ. Le temps de réponse a été augmenté, mais, ce qui peut être plus gênant, c'est que le système met très longtemps à se stabiliser sur sa valeur finale. Ceci est dû au fait que le correcteur agit en basse fréquence : une action de ce type, en haute fréquence, aurait été plus rapide. Mais un correcteur à retard de phase agissant à haute fréquence peut provoquer l'instabilité : il faudrait donc « compenser » par un correcteur à avance de phase.

A noter encore une fois qu'une marge de phase de 45° implique bien une courbe pratiquement tangente au contour 2,3dB.

4) Les effets de la correction par retard de phase

L'objectif recherché avec ce correcteur est de diminuer le gain à haute fréquence sans modifier le gain à basse fréquence imposé par les conditions de précision.

Avantages de ce correcteur :

- Diminution du gain à haute fréquence.
- Marge de phase plus grande donc moins de résonance et meilleur amortissement.
- Possible diminution de l'écart statique, quand il existe.
- Amélioration de la stabilité.

Inconvénients :

- Diminution de la bande passante.
- Système lent, temps de stabilisation sur la valeur finale très grand.

On remarque que bien des inconvénients (avantages) correspondent à des avantages (inconvénients) du correcteur à avance de phase, ce qui conduit à penser qu'une *bonne correction* peut être obtenue par association de ces deux correcteurs.

4.3.4 – Correction par avance et retard de phase

1) Définition

Un correcteur par avance-retard de phase est défini par $C(p) = \frac{1 + T_b \cdot p}{1 + b \cdot T_b \cdot p} \cdot \frac{1 + a \cdot T_a \cdot p}{1 + T_a \cdot p}$

avec, du point de vue constantes de temps, $T_a < a \cdot T_a < T_b < b \cdot T_b$, ou encore, du point de vue pulsations de cassures, avec $\frac{1}{b \cdot T_b} < \frac{1}{T_b} < \frac{1}{a \cdot T_a} < \frac{1}{T_a}$

2) Diagrammes de Bode d'un correcteur par avance-retard de phase

Voir figure sur la page suivante

3) Détermination des paramètres

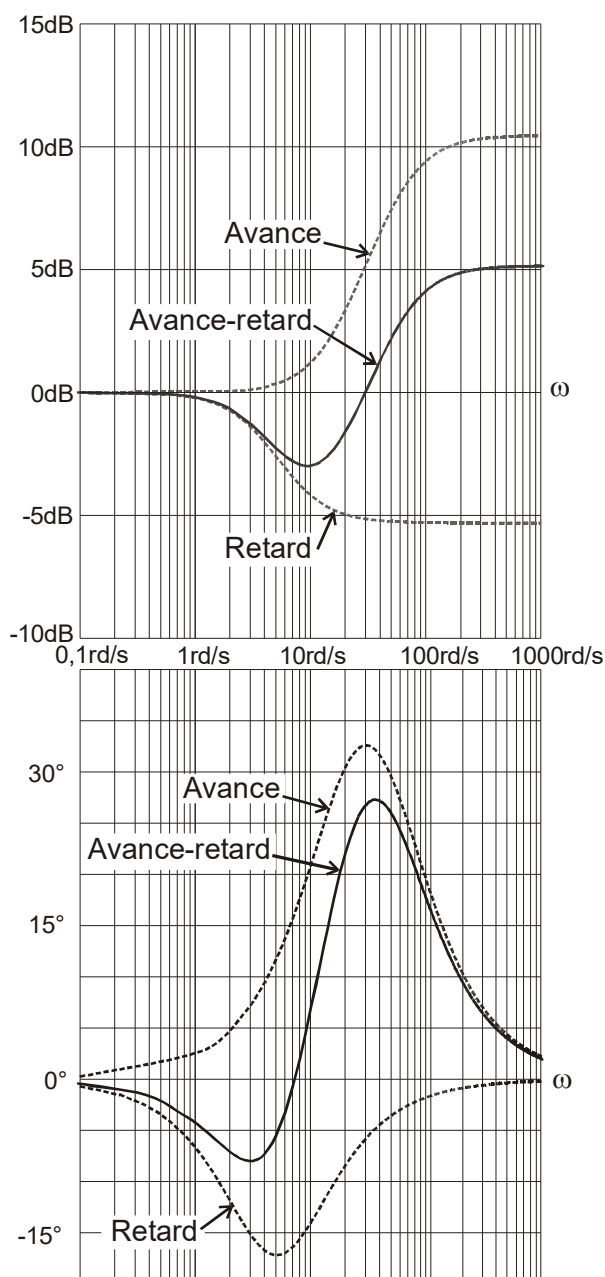
Pour conjuguer les avantages des deux correcteurs, on peut supposer que la bande passante à 0dB, augmentée puis diminuée, reste sensiblement constante.

Il faut commencer par régler le correcteur à avance de phase. Plaçons ce correcteur de telle sorte que sa phase admette son maximum à la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO non corrigée. Avec les notations précédemment utilisées, cela revient à dire qu'il faut prendre $\omega_m = \omega_{0dB}$. A cette pulsation, faisons en sorte que la marge de phase de la FTBO ainsi corrigée soit égale à $45^\circ + 5,7^\circ = 50,7^\circ$ (la détermination du correcteur par retard de phase sera ainsi facilitée). Ceci permet de déterminer les paramètres a et T_a , en utilisant les formules déjà vues :

$$\varphi_{FTBO}(\omega_{0dB}) + \varphi_m = -129,3^\circ, \text{ puis } a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \text{ et enfin } T_a = \frac{1}{\omega_{0dB} \cdot \sqrt{a}}$$

Pour le correcteur à retard de phase, on procède *comme d'habitude* en considérant la FTBO corrigée par le correcteur à avance de phase comme la nouvelle FTBO non corrigée. Pour la pulsation précédente ($\omega = \omega_m = \omega_{0dB}$) cette nouvelle FTBO a une phase de $-129,3^\circ$ et un module qui doit être compensé par $20 \cdot \log(b)$, ce qui détermine b. On trouve T_b en résolvant l'équation du second degré :

$$T_b \cdot \omega_{0dB} \cdot (b - 1) = 0,1 + 0,1 \cdot b \cdot \omega_{0dB}^2 \cdot T_b^2$$



Ci-dessus le correcteur $C(p) = \frac{1 + 0,060.p}{1 + 0,018.p} \cdot \frac{1 + 0,144.p}{1 + 0,265.p}$ avec les paramètres suivants :

$$a = 3,35$$

$$T_a = 0,018 \text{ s}$$

$$b = 1,84$$

$$T_b = 0,144 \text{ s}$$

et les pulsations de cassure des asymptotes successives :

$$3,77\text{rd/s}, 6,94\text{rd/s}, 16,67\text{rd/s} \text{ et } 55,56 \text{ rd/s.}$$

Ce correcteur est utilisé dans l'exemple suivant.

4) Les effets de la correction par avance-retard de phase

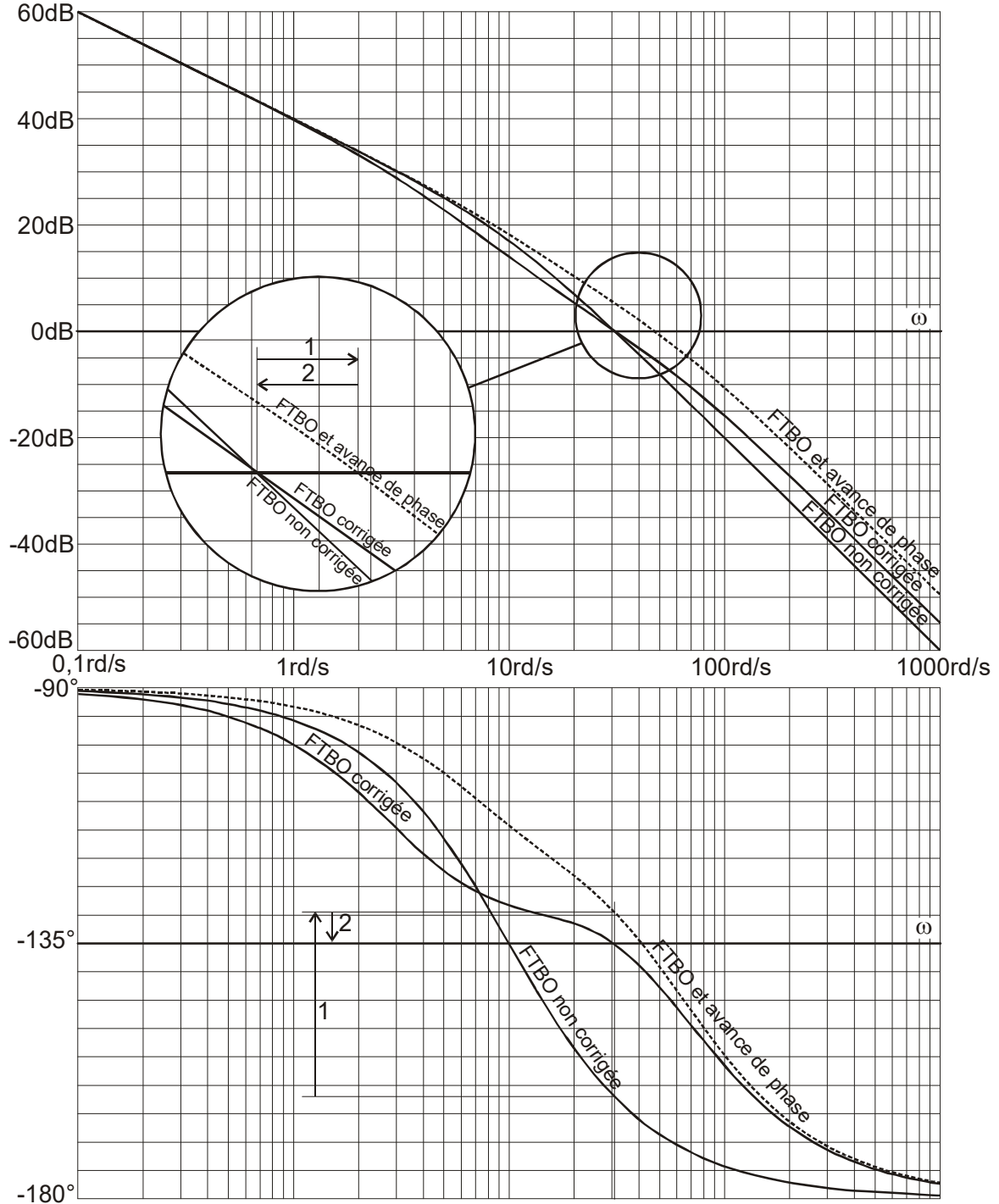
Une détermination correcte des paramètres permet de combiner les avantages des deux correcteurs de base. Seule la bande passante, augmentée puis diminuée, devrait retrouver une valeur proche de celle du système non corrigé.

Exemple

Reprenons l'exemple déjà vu deux fois dont la FTBO non corrigée, après contraintes de précision, est donnée par $FTBO(p) = \frac{100}{p \cdot (1 + 0,1 \cdot p)}$.

La marge de phase M_ϕ est de 18° , mesurée à une pulsation $\omega_{0dB} = 30,8 \text{ rd/s}$.

Le cahier des charges impose une marge de phase de 45° .



On a : $\phi_m = -129,3^\circ - \phi_{FTBO}(\omega_{0dB}) = -129,3^\circ + 162^\circ = 32,7^\circ$, soit $a = 3,35$

$$\omega_m = \omega_{0dB} = \frac{1}{T_a \cdot \sqrt{a}} \text{ donne } T_a = 0,018 \text{ s}$$

Le correcteur par avance de phase est déterminé : $C_a(p) = \frac{1 + 0,060.p}{1 + 0,018.p}$

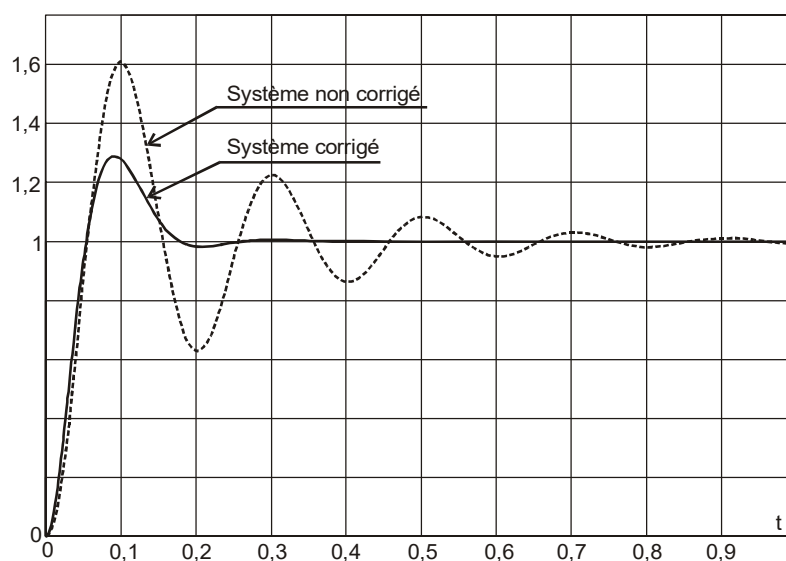
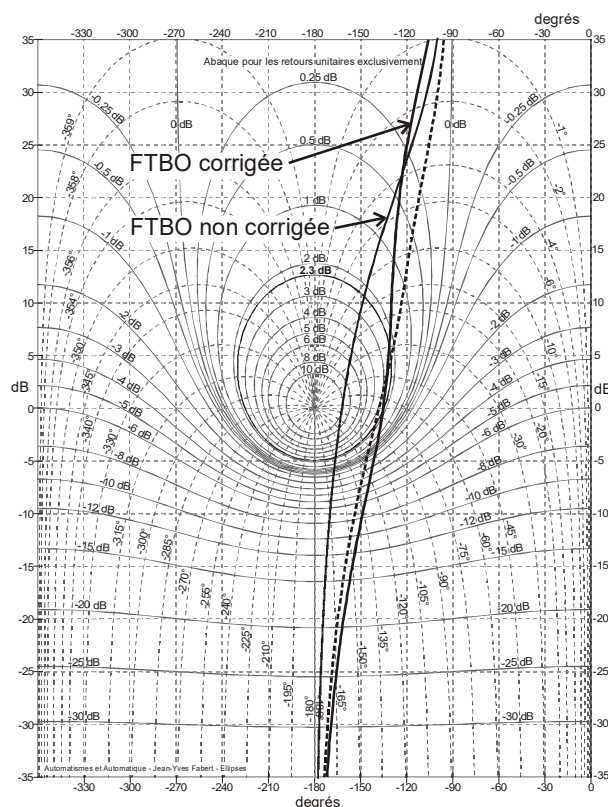
Le gain de la nouvelle FTBO, à la pulsation $\omega_{0dB} = 30,8$ rd/s, vaut 5,3 dB, soit $b = 1,84$

L'équation du second degré $T_b \cdot \omega_{0dB} \cdot (b - 1) = 0,1 + 0,1 \cdot b \cdot \omega_{0dB}^2 \cdot T_b^2$ donne $T_b = 0,144$ s.

Le correcteur par retard de phase est déterminé : $C_b(p) = \frac{1 + 0,144.p}{1 + 0,265.p}$

Voir les tracés précédents du correcteur seul et du système corrigé.

Si on suppose que le système est à retour unitaire, ou si on rend le retour unitaire, on peut alors tracer les FTBO sur l'abaque de Black-Nichols. On peut aussi tracer les réponses indicielles du système en boucle fermée.



4.3.5 – Correction Proportionnelle Dérivée (PD)

1) Définition

Un correcteur Proportionnel Dérivé théorique est défini par $C(p) = K_d \cdot (1 + T_d \cdot p)$

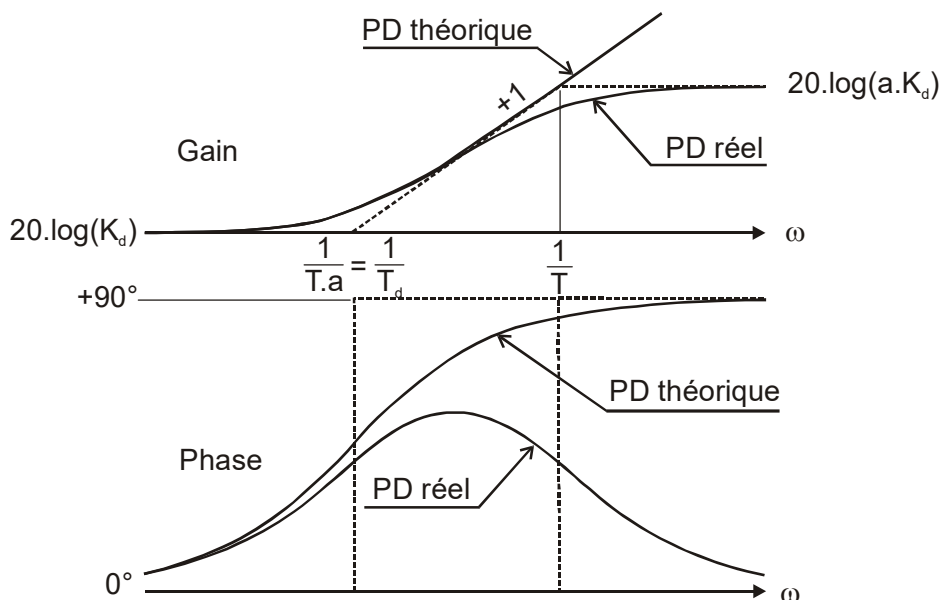
L'action dérivée ($T_d \cdot p$) est irréalisable physiquement.

On peut en concevoir une forme approchée en posant $1 + T_d \cdot p \approx \frac{1 + T_d \cdot p}{1 + T \cdot p}$ avec $T_d \gg T$.

On a alors $C(p) \approx K_d \cdot \left(\frac{1 + T_d \cdot p}{1 + T \cdot p} \right) = K_d \cdot \left(\frac{1 + a \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p} \right)$ avec $T_d = a \cdot T$ et $a \gg 1$.

Cette nouvelle expression définit la fonction de transfert d'un correcteur Proportionnel Dérivé réel. C'est le produit des fonctions de transfert d'un correcteur proportionnel et d'un correcteur à avance de phase.

2) Diagrammes de Bode des correcteurs PD



Le diagramme de gain d'un correcteur PD réel est celui d'un correcteur par avance de phase décalé verticalement de $20 \cdot \log(K_d)$. Le diagramme de phase d'un correcteur PD réel est celui d'un correcteur par avance de phase.

3) Détermination des paramètres

On utilisera la même méthode que pour déterminer les paramètres d'un correcteur par avance de phase. L'étape 1 permettra de déterminer K_d .

4) Les effets de la correction Proportionnelle Dérivée (PD)

Voir la correction par avance de phase.

Le correcteur PD théorique présente un gain très important à haute fréquence. Si un tel système existait, tous les bruits parasites émis à hautes fréquences, qui accompagnent souvent le signal d'entrée, seraient très largement amplifiés.

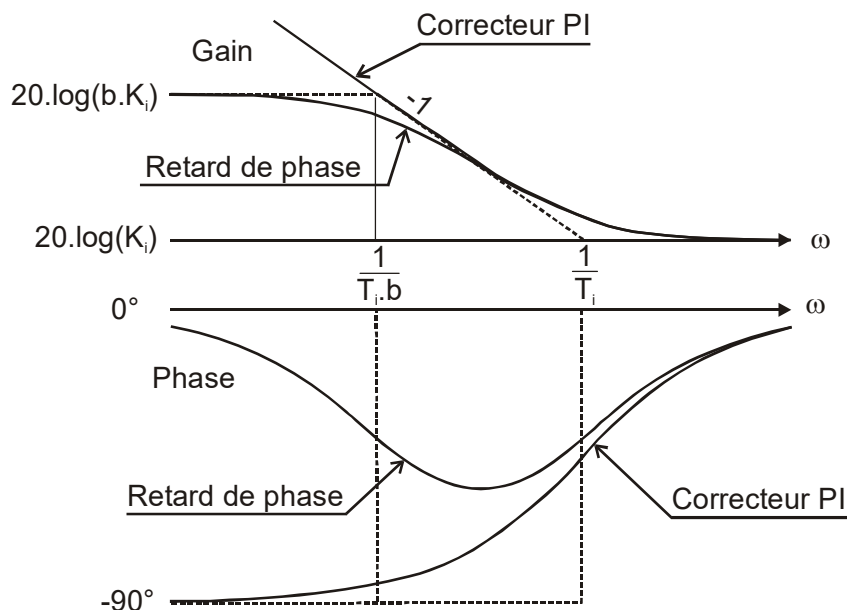
4.3.6 – Correction Proportionnelle Intégrale (PI)

1) Définition

Un correcteur Proportionnel Intégral série est défini par $C(p) = K_i \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$

Un correcteur PI est physiquement réalisable.

2) Diagrammes de Bode d'un correcteur PI



On peut comparer un correcteur PI à un correcteur par retard de phase dont la courbe de gain serait décalée verticalement de $20 \cdot \log(b \cdot K_i)$.

Calculons le gain et la phase du correcteur pour $\omega = 10/T_i$:

$\varphi = -90^\circ - \text{Arc tan}(\omega \cdot T_i) = -90^\circ - \text{Arc tan}(10) = -90^\circ + 84,3^\circ = -5,7^\circ$ valeur déjà rencontrée pour la détermination des paramètres d'un correcteur à retard de phase.

Le gain vaut $\frac{K_i}{T_i \cdot \omega} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 \cdot T_i^2} = \frac{K_i}{10} \cdot \sqrt{101} \approx 1,005 \cdot K_i \approx K_i$

3) Détermination des paramètres

La détermination des paramètres est assez similaire à la détermination des paramètres d'un correcteur par retard de phase.

Remarque sur le réglage du gain de la FTBO

L'intégration annule l'écart de position. Il reste à vérifier que le gain de la FTBO est suffisant face aux autres exigences de précision (écart de traînage, ...) et/ou aux exigences de rapidité (temps de réponse minimal en boucle fermée). Si ces exigences ne sont pas satisfaites avec le gain K_i déterminé ci-dessous, il faudra augmenter ce gain. La marge de phase ne sera alors plus suffisante. Dans ce cas il est nécessaire d'ajouter un autre correcteur (à avance de phase ou de type PD par exemple).

Observation

Comme le correcteur à retard de phase, ce type de correcteur est nuisible vis-à-vis de la marge de phase et il faut donc limiter au maximum cet inconvénient. La pulsation de coupure à 0dB de la FTBO corrigée est notée ω_{0dBc} . On suppose que l'on souhaite une marge de phase de la FTBO corrigée M_{φ_c} égale à 45° .

On impose la **valeur - 5,7°** pour la phase du correcteur à la pulsation ω_{0dBc} . La valeur de cette phase est obtenue pour une pulsation $\omega = 10/T_i$ et le gain du correcteur est alors sensiblement égal à $20 \cdot \log(K_i)$.

Détermination de K_i et de T_i

Pour la valeur $-5,7^\circ$ choisie, la phase $\varphi(\omega_{0dBc})$ de la FTBO non corrigée doit donc être égale à $-135 + 5,7 = -129,3^\circ$. Soit par le calcul, soit graphiquement sur la courbe de phase de la FTBO non corrigée, on déduit la valeur de ω_{0dBc} . A cette même pulsation, soit par le calcul, soit graphiquement sur la courbe de gain de la FTBO non corrigée, on trouve la valeur qui doit être compensée par $20 \cdot \log(K_i)$. On a ainsi choisi la **valeur de K_i** .

Comme cela a été dit, $\omega_{0dBc} = 10/T_i$, ce qui permet de trouver la **valeur de T_i** .

Vérifier que le réglage du gain K_i est compatible avec les exigences de précision et(ou) de rapidité. Voir remarque ci-dessus.

Remarque

Certains auteurs proposent de placer le correcteur PI de telle sorte que sa cassure soit disposée une décade avant la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO non corrigée. C'est à dire de choisir T_i à partir de $\omega_{0dB} = 10/T_i$ (au lieu de $\omega_{0dBc} = 10/T_i$). Dans ce cas la marge de phase n'est plus réglée, mais simplement diminuée de $5,7^\circ$. Ceci peut être acceptable si la marge de phase est supérieure à $50,7^\circ$ avant correction, ou si un autre correcteur vient régler cette marge de phase. Cette méthode est bien évidemment plus rapide.

Exemple

Reprenons l'exemple déjà vu trois fois dont la FTBO non corrigée est donnée par

$$FTBO(p) = \frac{100}{p \cdot (1 + 0,1 \cdot p)}$$

La phase $\varphi(\omega_{0dBc})$ de la FTBO non corrigée est égale à $-129,3^\circ$ pour $\omega_{0dBc} \approx 8,2$ rd/s (graphiquement), ce qui correspond à un gain de 19,5 dB.

On doit donc prendre une valeur de K_i telle que $20 \cdot \log(K_i) = -19,5$. Soit **$K_i \approx 0,106$** .

$T_i = 10/\omega_{0dBc}$ donne **$T_i = 1,22$** .

La fonction de transfert du correcteur est $C(p) = 0,106 \cdot \left(1 + \frac{1}{1,22 \cdot p} \right)$

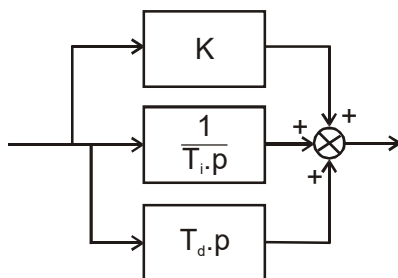
4) Les effets de la correction Proportionnelle Intégrale (PI)

La correction PI annule l'écart statique. Sinon ses effets sont assez semblables à ceux d'une correction par retard de phase.

4.3.7 – Correction Proportionnelle Intégrale Dérivée (PID)

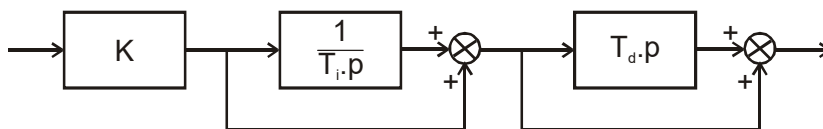
1) Définition

Le PID parallèle



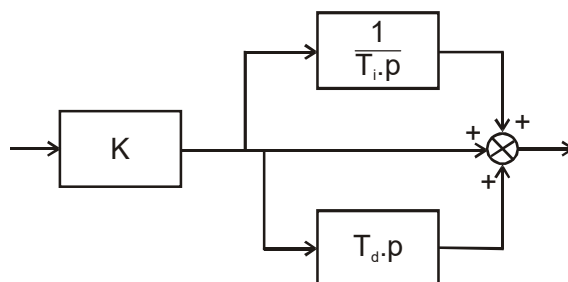
Un correcteur PID théorique peut être défini par $C(p) = K + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p$ avec $T_i > T_d$.

Le PID série



Un correcteur PID théorique peut être défini par $C(p) = K \cdot (1 + \frac{1}{T_i \cdot p}) \cdot (1 + T_d \cdot p)$ avec $T_i > T_d$.

Le PID mixte



Un correcteur PID théorique peut être défini par $C(p) = K \cdot (1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p)$ avec $T_i > T_d$.

Mais l'action dérivée ($T_d \cdot p$) est irréalisable physiquement.

Un correcteur PID peut être réalisé en approximant le terme irréalisable $T_d \cdot p$ par $\frac{T_d \cdot p}{1 + T \cdot p}$, avec $T_d > T$ (on pourra aussi poser $T_d = a \cdot T$ avec $a > 1$).

2) Diagrammes de Bode d'un correcteur PID

Traçons les diagrammes de Bode d'un correcteur PID mixte, forme la plus courante.

On prendra $\frac{1}{T_i} < \frac{1}{T_d} < \frac{1}{T}$. Le régulateur PID déforme la FTBO en basse fréquence par l'action intégrale et en haute fréquence par l'action dérivée.

$C(p)$ peut encore se mettre sous la forme $C(p) = K \cdot \left(\frac{1 + T_i \cdot p + T_i \cdot T_d \cdot p^2}{T_i \cdot p} \right)$, fraction rationnelle dont les zéros du numérateur sont réels si $T_i \geq 4 \cdot T_d$

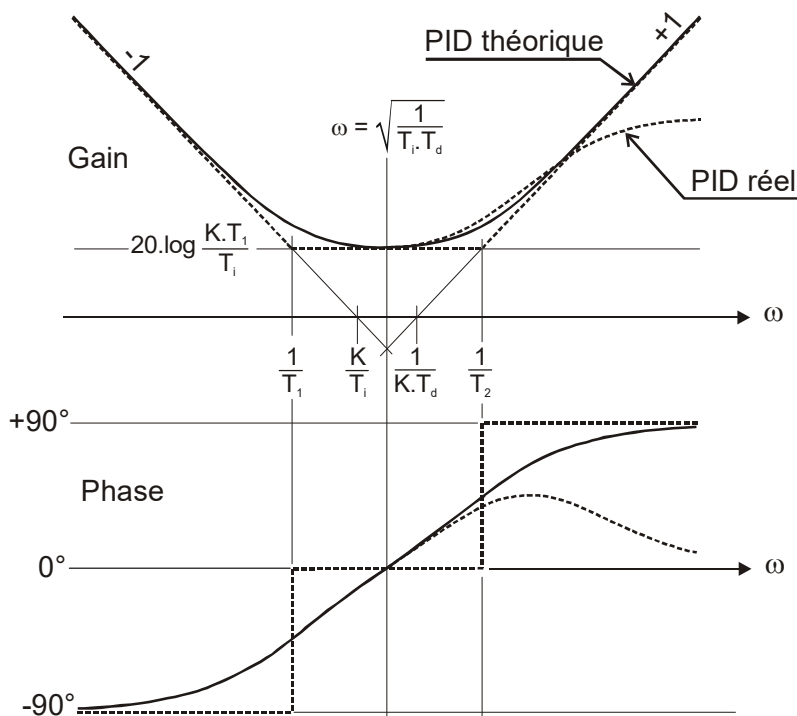
Choisissons donc $T_i \geq 4.T_d$

$$C(p) = K \cdot \left(\frac{1 + T_i \cdot p + T_i \cdot T_d \cdot p^2}{T_i \cdot p} \right)$$

$$C(p) = \frac{K}{T_i \cdot p} \cdot \left(1 + \frac{T_i}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4.T_d}{T_i}} \right) \cdot p \right) \cdot \left(1 + \frac{T_i}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4.T_d}{T_i}} \right) \cdot p \right)$$

On posera $T_1 = \frac{T_i}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4.T_d}{T_i}} \right)$ et $T_2 = \frac{T_i}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4.T_d}{T_i}} \right)$ $C(p) = \frac{K}{T_i \cdot p} \cdot (1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)$

On note que $T_1 + T_2 = T_i$ et que $T_1 \cdot T_2 = T_i \cdot T_d$



3) Détermination des paramètres

Si la précision ne nécessite pas d'utiliser une intégration, on pourra penser à utiliser un correcteur par avance et retard de phase (voir paragraphe 4.3.3).

Pour déterminer les paramètres d'un PID, de très nombreuses méthodes existent en fonction du cahier des charges.

Dans le domaine fréquentiel, on pourra utiliser le réglage du gain K et le choix de la pulsation pivot $\omega = \sqrt{\frac{1}{T_i \cdot T_d}}$ comme base de la détermination.

La méthode des polynômes normaux de Naslin, basée sur l'étude algébrique des polynômes (numérateur et dénominateur de la FTBF), permet d'évaluer la valeur du premier dépassement en fonction du réglage.

Mais la méthode pratique la plus connue a été mise au point en 1942 par Ziegler et Nichols. On l'appelle aussi méthode de pompage ou méthode des oscillations entretenues. L'énorme avantage de cette méthode est qu'elle permet de piloter un système dont la fonction de transfert est inconnue.

Méthode de Ziegler-Nichols (1942)

Le correcteur est réglé en proportionnel pur ($T_i \rightarrow \infty$ et $T_d = 0$). Augmenter le gain K jusqu'à l'apparition d'oscillations. On notera K_{osc} la valeur du plus petit gain permettant de maintenir ces oscillations (ou ce pompage). On dit que les oscillations sont juste entretenues. Notons T_{osc} la période de ces oscillations.

Régler le correcteur ainsi :

	P	PI		Série	PID	
		Série	Parallèle		Parallèle	Mixte
K	$\frac{K_{osc}}{2}$	$\frac{K_{osc}}{2,2}$		$\frac{K_{osc}}{3,3}$	$\frac{K_{osc}}{1,7}$	
T_i	∞	$\frac{T_{osc}}{1,2}$	$\frac{2 \cdot T_{osc}}{K_{osc}}$	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{0,85 \cdot T_{osc}}{K_{osc}}$	$\frac{T_{osc}}{2}$
T_d	0	0	0	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{K_{osc} \cdot T_{osc}}{13,3}$	$\frac{T_{osc}}{8}$

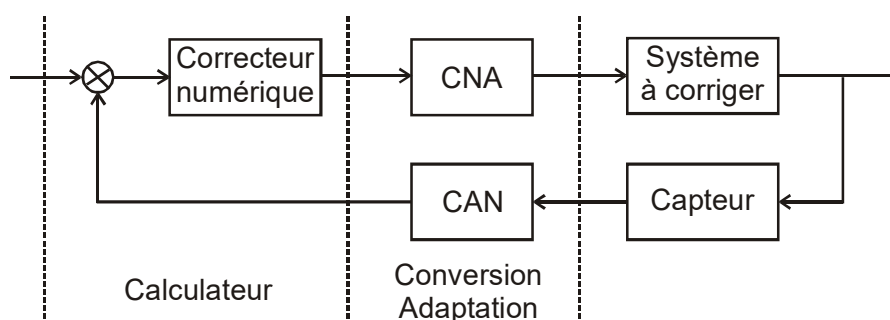
Cette méthode est basée sur l'apparition des oscillations, c'est à dire quand la phase de la FTBO est égale à $-\pi$, le gain est augmenté pour obtenir ces oscillations. Ceci revient à mesurer expérimentalement la marge de gain.

4) Les effets de la correction PID

Un correcteur PID permet en théorie de rendre le système stable, précis et rapide. Mais, si l'augmentation du gain permet de rendre le système précis et rapide, une augmentation trop importante peut entraîner une saturation : l'hypothèse de linéarité n'est alors plus valable. De plus cette augmentation du gain entraînant une augmentation de la bande passante, certains bruits haute fréquence peuvent être amplifiés.

4.4 – Réalisation d'un correcteur

Correcteur numérique



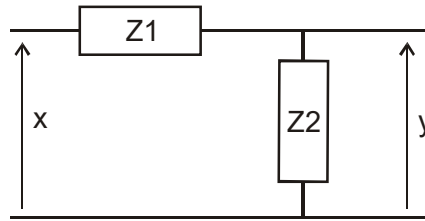
Avec la chute des coûts, les correcteurs numériques sont de plus en plus employés. Ils nécessitent une adaptation : un Convertisseur Numérique Analogique (CNA) et un Convertisseur Analogique Numérique (CAN).

L'avantage du calculateur numérique est qu'il permet tous les algorithmes possibles, ce qui le rend très intéressant. La théorie liée à l'étude de la correction numérique, les systèmes échantillonnés, sort du cadre de cet ouvrage.

Les correcteurs analogiques peuvent être électriques, mécaniques, pneumatiques ou hydrauliques. Nous limiterons la présentation à quelques correcteurs électriques. On pourra toujours chercher les équivalences mécaniques, pneumatiques ou hydrauliques.

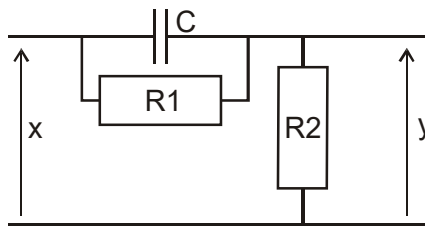
Correcteurs passifs

Le principe



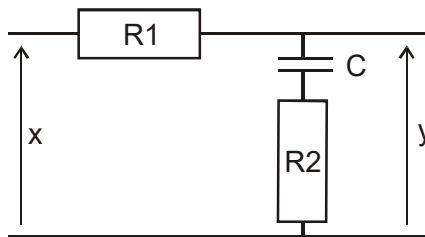
$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{Z2(p)}{Z1(p) + Z2(p)} \text{ et il reste à choisir convenablement } Z1 \text{ et } Z2.$$

Réalisation d'un correcteur à avance de phase



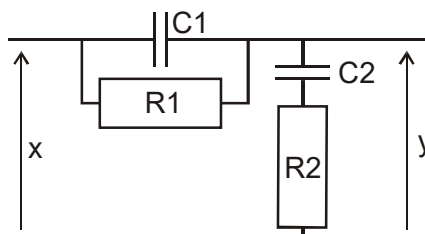
$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot \frac{1 + R1.C.p}{1 + \frac{R1.R2}{R1 + R2}.C.p} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1 + a.T.p}{1 + T.p} \text{ avec } a = \frac{R1 + R2}{R2} > 1 \text{ et } T = \frac{R1.R2.C}{R1 + R2}$$

Réalisation d'un correcteur à retard de phase



$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1 + R2.C.p}{1 + (R1 + R2).C.p} = \frac{1 + T.p}{1 + b.T.p} \text{ avec } b = \frac{R1 + R2}{R2} > 1 \text{ et } T = R2.C$$

Réalisation d'un correcteur à avance et retard de phase



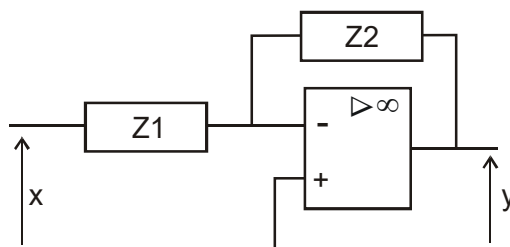
$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{(1 + R1.C1.p).(1 + R2.C2.p)}{(1 + R1.C1.p).(1 + R2.C2.p) + R1.C2.p} \text{ est de la forme}$$

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1 + T_b.p}{1 + b.T_b.p} \cdot \frac{1 + a.T_a.p}{1 + T_a.p} \text{ avec } T_a < a.T_a < T_b < b.T_b$$

Correcteurs actifs

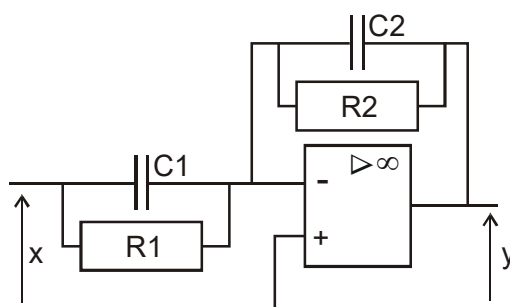
Les correcteurs passifs ne peuvent pas être disposés en série (ou en cascade), à cause des perturbations d'un correcteur sur l'autre. Pour ce faire, on utilise des correcteurs actifs.

Principe souvent utilisé



$$\frac{Y(p)}{X(p)} = -\frac{Z2(p)}{Z1(p)} \text{ et il reste à choisir convenablement } Z1 \text{ et } Z2.$$

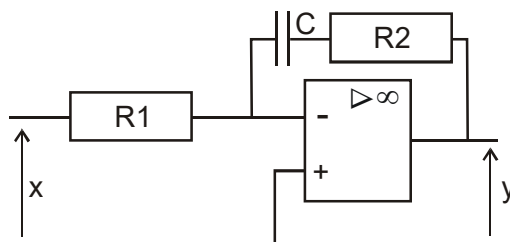
Réalisation d'un correcteur à avance ou à retard de phase



$$\frac{Y(p)}{X(p)} = -\frac{R2}{R1} \cdot \frac{1 + R1.C1.p}{1 + R2.C2.p}$$

Si $R1.C1 > R2.C2$ on aura un correcteur à avance de phase, sinon il sera à retard de phase. Le rapport $-\frac{R2}{R1}$ permet de régler le gain.

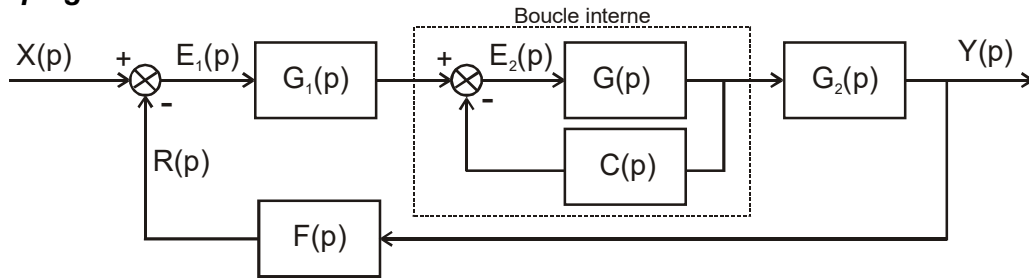
Réalisation d'un correcteur Proportionnel Intégral (PI)



$$\frac{Y(p)}{X(p)} = -\frac{1 + R2.C.p}{R1.C.p} = -\frac{R2}{R1} \left(1 + \frac{1}{R2.C.p} \right)$$

4.5 – Correcteur en boucle de retour interne. Correction tachymétrique

Principe général



$$FTBO(p) = G_1(p) \cdot \frac{G(p)}{1 + G(p) \cdot C(p)} \cdot G_2(p) \cdot F(p)$$

Le correcteur en parallèle de transmittance $C(p)$ est équivalent à un correcteur en série (en cascade) de transmittance $\frac{1}{1 + G(p) \cdot C(p)}$. C'est un premier moyen de déterminer la correction en utilisant les résultats vus précédemment.

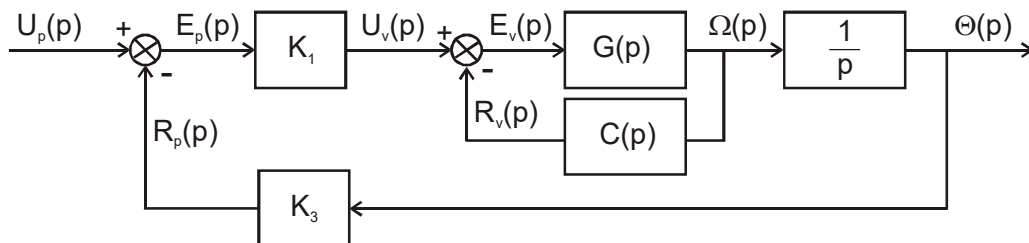
Si $|G(p) \cdot C(p)| \gg 1$ alors $\left| \frac{G(p)}{1 + G(p) \cdot C(p)} \right| \approx \left| \frac{1}{C(p)} \right|$. C'est un moyen de réaliser une transmittance irréalisable physiquement. Dans ce cas, la FTBO corrigée est équivalente à $FTBO_c(p) = \frac{G_1(p) \cdot G_2(p) \cdot F(p)}{C(p)}$.

Si $|G(p) \cdot C(p)| \ll 1$ alors $\left| \frac{G(p)}{1 + G(p) \cdot C(p)} \right| \approx |G(p)|$. La FTBO ne sera donc sensiblement modifiée que dans la zone des pulsations où $|G(p) \cdot C(p)| \gg 1$.

Correction tachymétrique simple

La fonction de transfert très simplifiée d'un moteur à courant continu peut s'écrire $G(p) = \frac{\Omega(p)}{E_v(p)} = \frac{K}{1 + T \cdot p}$.

Son asservissement en position peut se représenter ainsi :



La correction tachymétrique simple est telle que $C(p) = K_2$.

Avec $C(p) = 0$, on avait une FTBO non corrigée : $FTBO(p) = \frac{K_1 \cdot K \cdot K_3}{p \cdot (1 + T \cdot p)}$

La FTBO corrigée est maintenant $FTBO_c(p) = \frac{K_1 \cdot G(p) \cdot K_3}{(1 + K_2 \cdot G(p)) \cdot p} = \frac{K_1 \cdot K \cdot K_3}{p \cdot (1 + K \cdot K_2 + T \cdot p)}$

C'est à dire $FTBO_c(p) = \frac{K_4}{p.(1 + T_4.p)}$ avec $K_4 = \frac{K_1.K.K_3}{1 + K.K_2}$ et $T_4 = \frac{T}{1 + K.K_2}$

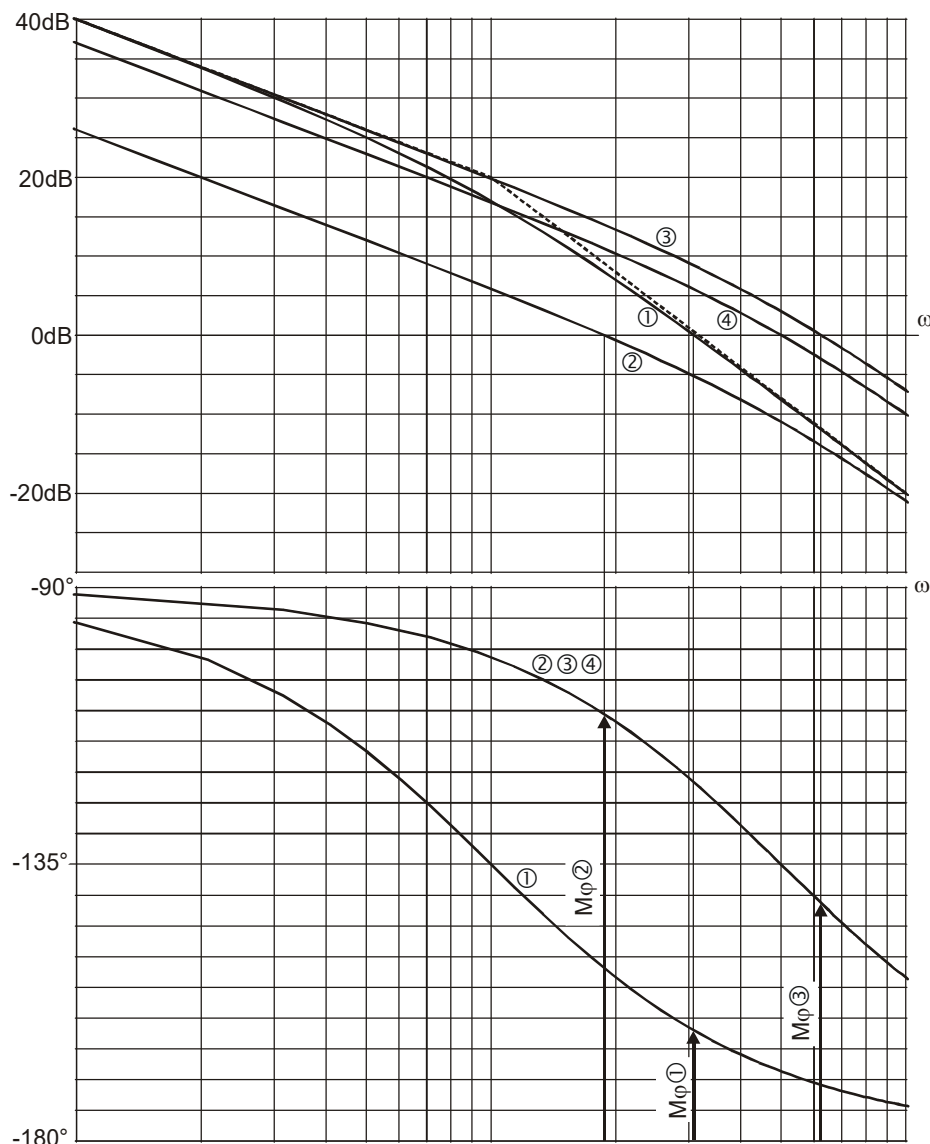
Avantage de la correction tachymétrique

La constante de temps est diminuée, T est divisé par $1 + K.K_2$.

Inconvénient de la correction tachymétrique :

Le gain est diminué, $K.K_1.K_3$ est divisé par $1 + K.K_2$. La précision diminue. Il faut donc penser à augmenter K_1 pour compenser cet inconvénient.

Traçons les diagrammes de Bode de ces FTBO



Avec $C(p) = 0$, on a la courbe ① de la FTBO non corrigée.

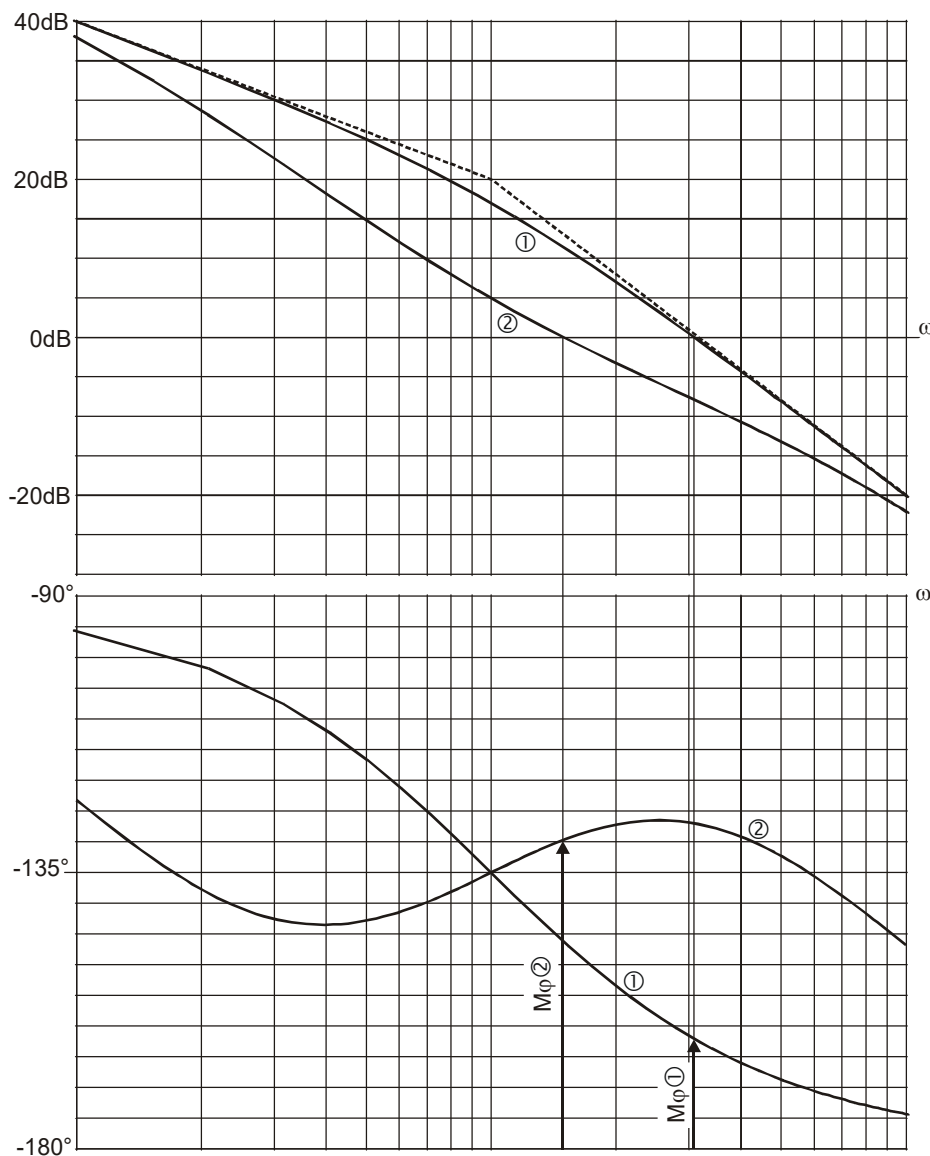
La courbe ② est la courbe de la FTBO corrigée, avec $C(p) = K_2$.

La courbe ③ est déduite de la courbe ② avec K_1 augmenté pour retrouver la même précision qu'avec la FTBO non corrigée. On remarque aussi qu'on a amélioré l'amortissement (marge de phase plus grande) et la rapidité (bande passante à 0dB augmentée). La courbe ④ est déduite de la courbe ② avec K_1 augmenté pour avoir une marge de phase de 45° , la précision est très légèrement diminuée.

Correction tachymétrique filtrée

La perte de gain à basse fréquence (constatée sur la courbe ② ci-dessus) conduit à envisager une modification de la correction $C(p) = K_2$. On peut éviter cet inconvénient en choisissant un filtre passe-haut de type $C(p) = K_2 \cdot \frac{T_2 \cdot p}{1 + T_2 \cdot p}$.

Traçons les diagrammes de Bode de la FTBO et de la FTBO corrigée



Avec $C(p) = 0$, on a la courbe ① de la FTBO non corrigée.

La courbe ② est la courbe de la FTBO corrigée, avec $C(p) = K_2 \cdot \frac{T_2 \cdot p}{1 + T_2 \cdot p}$.

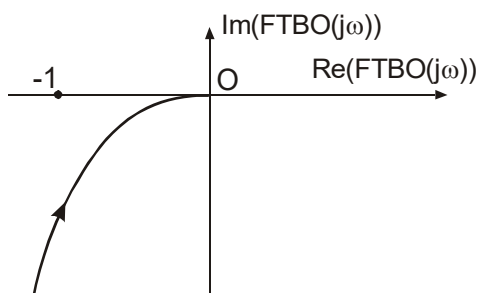
La perte de gain à basse fréquence a diminué.

On peut encore augmenter le gain K_1 sans perte de marge de phase donc avec un amortissement amélioré. La précision peut aussi s'en trouver améliorée.

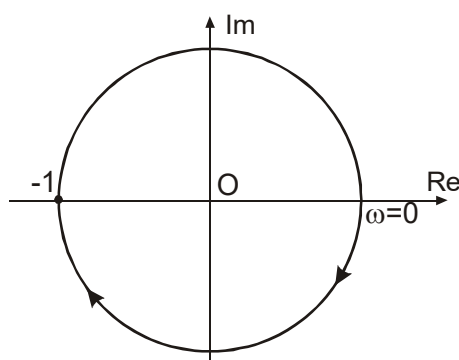
L'augmentation du gain K_1 permettra d'élargir la bande passante à 0dB.

4.6 – Correction des systèmes à retard

Soit une FTBO sans terme de retard dont voici le diagramme de Nyquist.

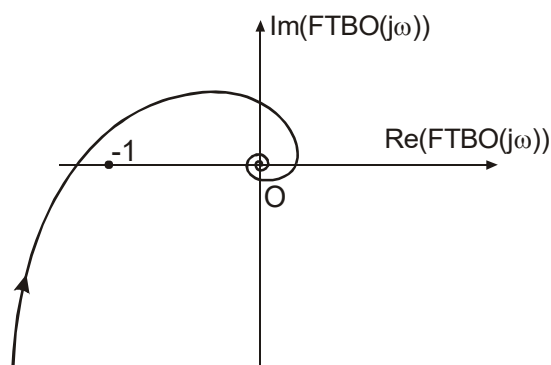


Un terme de retard pur $e^{-T.p}$ est représenté par le diagramme de Nyquist suivant



Quand ω tend vers l'infini, le nombre de tours tend aussi vers l'infini. Un terme de retard pur peut donc déformer la FTBO. Quand le module de la FTBO tend vers zéro, le terme de retard pur crée une spirale au point O.

On trace maintenant le diagramme de Nyquist du produit $FTBO(p).e^{-T.p}$ et on obtient

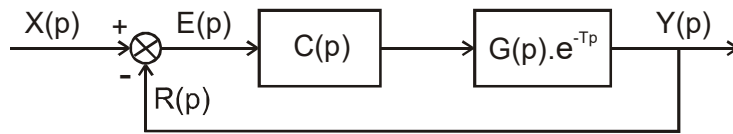


En fonction du retard T , le système peut devenir instable.

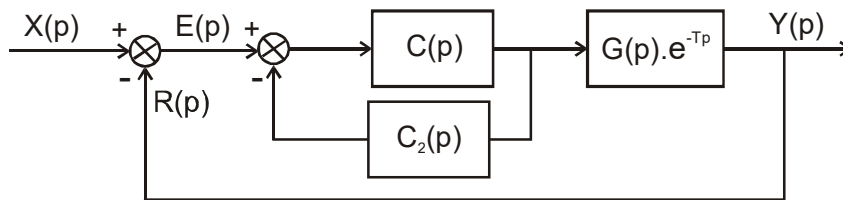
Un diagramme de Bode aurait permis d'arriver à la même conclusion. Le module du terme de retard vaut 0dB et ne modifie pas le diagramme de gain de la FTBO. Mais l'argument du terme de retard vaut $-\omega.T$ ce qui peut faire très vite chuter la phase de la FTBO et créer l'instabilité.

Prédicteur de SMITH

Recherchons le correcteur $C(p)$ nécessaire pour piloter le système à retard suivant :



On pourrait penser à un correcteur de type e^{+Tp} , mais un tel prédicteur n'est pas réalisable physiquement. Introduisons donc, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, une boucle interne.



Écrivons la FTBF du système :

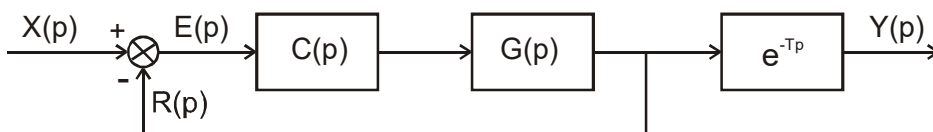
$$FTBF(p) = \frac{C(p).G(p).e^{-T.p}}{1 + C(p).C_2(p) + C(p).G(p).e^{-T.p}}$$

On remarque alors qu'il est intéressant de choisir $C_2(p) = (1 - e^{-T.p}).G(p)$, ce qui donne

$$FTBF(p) = \frac{C(p).G(p).e^{-T.p}}{1 + C(p).G(p).(1 - e^{-T.p}) + C(p).G(p).e^{-T.p}} \text{ et on peut simplifier}$$

$$FTBF(p) = \frac{C(p).G(p)}{1 + C(p).G(p)}.e^{-T.p}$$

Le système est donc équivalent au système suivant :



Le terme de retard pur peut sortir de la boucle, il n'influe plus sur la stabilité même s'il est tout de même conservé dans la FTBF.

Le correcteur $C(p)$ peut se déterminer par les méthodes vues précédemment.

Nous avons construit le correcteur (ou prédicteur) de Smith.