

Cinématique du solide, méthode analytique : ce qu'il faut savoir !

Dérivation vectorielle : Repère $R (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ mobile p/r au repère fixe $R_0 (O_0, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$. On parle de base $B (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{R_0} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_R + \overrightarrow{\Omega_{R/R_0}} \wedge \vec{u} \quad \text{Astuce : choisir } R \text{ tel que } \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_R \text{ soit facile à calculer (notamment } \vec{u} \text{ fixe dans } R)$$

Cas où $\vec{k} = \vec{k}_0$: $\overrightarrow{\Omega_{R/R_0}} = \dot{\theta} \cdot \vec{k}_0$ si $\theta = (\widehat{i_0, i}) = (\widehat{j_0, j})$ Penser aussi à la relation de Chasles, s'il y a plusieurs rotations.

Pour toute la suite, le repère R_0 est lié au solide S_0 , et le repère R est lié au solide S .

Définition de la vitesse (formule **à éviter** pour les calculs) :

$$\overrightarrow{V_{M,S/R_0}} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_0M}}{dt} \right)_{R_0} \quad \text{où } \overrightarrow{O_0M} \text{ est le vecteur situation. Le point M est cinématiquement lié à S (danger !).}$$

Torseur cinématique (toutes les propriétés des torseurs s'appliquent) :

$$\{S/R_0\}_M = \left\{ \overrightarrow{\Omega_{R/R_0}}, \overrightarrow{V_{M,S/R_0}} \right\} \quad \text{On confond volontairement le repère } R \text{ et solide S auquel il est lié.}$$

Propriété 1 : loi des moments

$$\overrightarrow{V_{M,S/R_0}} = \overrightarrow{V_{A,S/R_0}} + \overrightarrow{\Omega_{R/R_0}} \wedge \overrightarrow{AM}$$

Astuce : trouver le point A dont on connaît la vitesse. Exemples : La vitesse de A de S p/r R_0 est nulle si A appartient à l'A.I.R. (Axe Instantané de Rotation) ou si A est un point de R.S.G. (Roulement Sans Glissement en A de S p/r R_0)

Propriété 2 : loi de composition des vitesses $\{S/R_0\}_M = \{S/R_1\}_M + \{R_1/R_0\}_M$ en un même point M !

Soit $\overrightarrow{\Omega_{R/R_0}} = \overrightarrow{\Omega_{R/R_1}} + \overrightarrow{\Omega_{R_1/R_0}}$ et $\overrightarrow{V_{M,S/R_0}} = \overrightarrow{V_{M,S/R_1}} + \overrightarrow{V_{M,R_1/R_0}}$ (on peut aussi parler de relation de Chasles)
absolu = relatif + entraînement absolu = relatif + entraînement

Accélération : $\overrightarrow{a_{M,S/R_0}} = \left(\frac{d\overrightarrow{V_{M,S/R_0}}}{dt} \right)_{R_0}$ Attention ! Il n'existe pas de torseur des accélérations !

A respecter toujours :

La projection est un cas de légitime défense ! Ne l'utiliser que si c'est demandé ou si on ne peut pas faire autrement.

Conseil à suivre :

Bien prendre le temps de définir les différentes bases et les angles avant de commencer.

Mouvements à parfaitement connaître en exercices :

Rotation autour d'un axe fixe, translation, mouvement plan sur plan, mouvement hélicoïdal, ...

Penser aussi à :

La fermeture angulaire, de type $\theta_{12} + \theta_{23} + \theta_{34} + \theta_{41} = 0$

La fermeture géométrique, de type $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

La fermeture cinématique, de type $\{4/1\}_A + \{1/2\}_A + \{2/3\}_A + \{3/4\}_A = \{0\}$. C'est la composition de mouvements.